

3 Krachten

Een bergbeklimmer bedwingt een rots. Haar hele gewicht hangt aan haar vingertoppen. Voor de veiligheid zit ze vast aan een lijn. Deze sport vergt het uiterste van de klimmer en haar materiaal door de grote krachten die er op werken.

In dit hoofdstuk lees je over eigenschappen van krachten. Ook wordt duidelijk wat een combinatie van krachten tot resultaat heeft. Als laatste bekijk je hoe je krachten in een numeriek model voor een beweging kunt opnemen.

Een meisje staat op een plank boven een sloot. De plank zorgt ervoor dat het meisje niet in de sloot valt. Op het meisje werkt een aantal krachten.

Welke krachten zijn dat?



Figuur 3.1

3.1 Krachten en hun eigenschappen

Eigenschappen van krachten

In figuur 3.1 oefent de plank kracht uit op het meisje. Dat zie je doordat het meisje op haar plaats blijft. De kracht kun je niet zien, alleen het gevolg van de **kracht** is zichtbaar. Het voorwerp (of de persoon) waarop een of meerdere krachten werken, kan:

- vervormen;
- op zijn plaats blijven;
- met constante snelheid voortbewegen;
- van snelheid veranderen.

Je kunt de grootte van een kracht meten, daarom is kracht een grootte. Iedere kracht geef je aan met de letter F . De eenheid van kracht is newton met symbool N.

Er is altijd een voorwerp nodig om een kracht uit te oefenen op een ander voorwerp. In dit geval zijn de 'voorwerpen' de plank en het meisje.

In figuur 3.2 is de kracht die de plank uitoefent op het meisje aangegeven met een pijl. De lengte van de pijl geeft de grootte van de kracht aan.

De richting van een kracht is ook belangrijk. Als je tegen een deur duwt, gebeurt er iets anders dan wanneer je aan de deur trekt. Een grootte waarbij ook de richting belangrijk is, noem je een **vector**. Om te laten zien dat de grootte kracht een vector is, zet je een pijltje boven de letter, dus \vec{F} . De richting van de pijl in figuur 3.2 geeft de richting van de kracht aan.



Figuur 3.2

Behalve de grootte en de richting is de plaats waar de kracht op het voorwerp werkt belangrijk. Deze plaats noem je het **aangrijpingspunt**. De plaats waar de pijl begint, geeft het aangrijpingspunt aan.

De streeplijn die in figuur 3.2 door de pijl is getekend, noem je de **werklijn** van de kracht. Je mag een kracht altijd verschuiven langs zijn werklijn als het gaat om de plaats of beweging van het voorwerp.

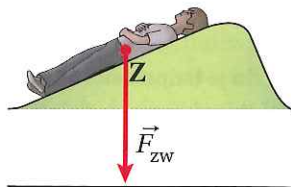
Zwaartekracht en normaalkracht

De aarde oefent kracht uit op ieder voorwerp dat zich op aarde of in de buurt van de aarde bevindt. Deze kracht heet zwaartekracht. De grootte van de **zwaartekracht** bereken je met:

$$F_{zw} = m \cdot g$$

- F_{zw} is de zwaartekracht in N.
- m is de massa van het voorwerp in kg.
- g is de valversnelling in m/s^2 .

De richting van de zwaartekracht is naar het middelpunt van de aarde gericht. Het aangrijpingspunt is het **zwaartepunt** van het voorwerp. In figuur 3.3 zie je een persoon die op een heuvel ligt. Punt Z is het zwaartepunt van de persoon. De pijl geeft de zwaartekracht aan die op de persoon werkt.

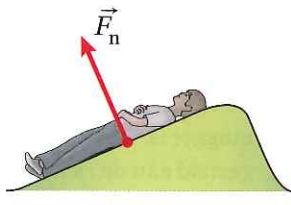


Figuur 3.3

De plank ondersteunt het meisje van figuur 3.1. De kracht die een ondersteunend vlak uitoefent op een voorwerp, noem je de **normaalkracht** F_n .

De grootte van de normaalkracht hangt af van de situatie. De richting van de normaalkracht is altijd loodrecht op het ondersteunend vlak.

Het aangrijpingspunt is de plaats waar het ondersteunend vlak raakt aan het voorwerp. In figuur 3.4 is de normaalkracht getekend op de liggende persoon van figuur 3.3.



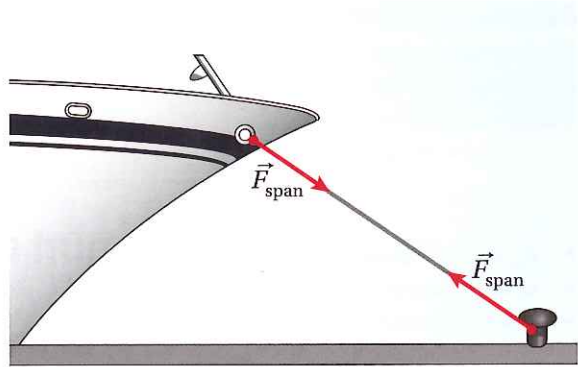
Figuur 3.4

Spankracht en veerkracht

Schepen liggen aan de kade vast met dikke touwen. Zie figuur 3.5. De touwen zorgen ervoor dat het schip op zijn plaats blijft. Dat kan echter alleen als het touw is gespannen. In dat geval oefent het touw **spankracht** uit, aangegeven met F_{span} . De spankracht is gericht naar het midden van het touw. De grootte van de spankracht is evenals bij de normaalkracht afhankelijk van de situatie. Het aangrijpingspunt is de plaats waar het touw aan het voorwerp vastzit. In figuur 3.6 zijn twee spankrachten getekend, omdat het touw kracht uitoefent op het schip én op de kade.



Figuur 3.5



Figuur 3.6

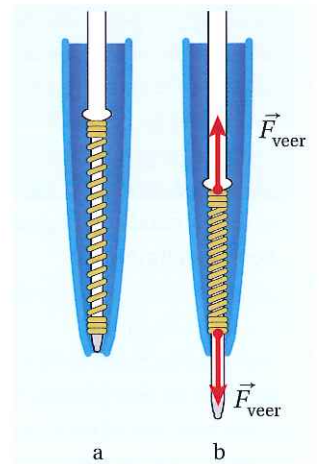
In je balpen zit een veer die ervoor zorgt dat je de stift naar binnen en naar buiten kunt bewegen. Je kunt er ook de stift van de pen mee wegschieten. Een veer oefent kracht uit als de veer wordt vervormd. De grootte van de **veerkracht** bereken je met:

$$F_{\text{veer}} = C \cdot u$$

- F_{veer} is de veerkracht in N.
- C is de veerconstante in N/m.
- u is de afstand waarover de veer vervormt in m.

Een grotere **veerconstante** betekent dat de veer **stugger** is. De richting van de veerkracht is tegengesteld aan de richting van de vervorming. Als de veer is uitgerekt, wijst er een veerkracht van elk uiteinde naar het midden van de veer. En als de veer is ingedrukt, wijst de veerkracht de andere richting op. Het aangrijpingspunt is de plaats waar de veer en het voorwerp elkaar raken.

In figuur 3.7 zie je een gedeelte van een pen met daarin een veer en een stift. In figuur 3.7b is de

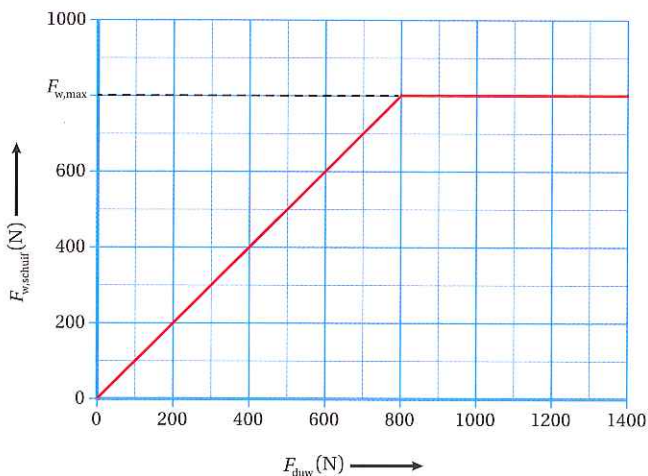


Figuur 3.7

veer ingedrukt. De veer oefent nu twee krachten uit: een omhooggerichte kracht op de stift en een omlaaggerichte kracht op het omhulsel. Omdat de veer is ingedrukt, wijzen de veerkrachten van elkaar af.

Wrijvings- en weerstandskrachten

Voorwerpen die bewegen of die je in beweging wilt brengen, ondervinden een tegenwerkende kracht. Je spreekt van **schuifwrijvingskracht** $F_{w,schuif}$ als twee contactoppervlakken langs elkaar bewegen. De richting van de schuifwrijvingskracht is altijd tegengesteld aan de richting waarin het voorwerp beweegt of wil bewegen. Het aangrijpingspunt is de plaats waar de twee voorwerpen elkaar raken.



Figuur 3.8

Als je een kast wilt verschuiven, merk je dat je met een bepaalde kracht moet duwen voordat de kast begint te bewegen. Figuur 3.8 laat het verloop van de grootte van de schuifwrijvingskracht zien bij toenemende duwkracht. Zolang de kast niet beweegt, is de schuifwrijvingskracht steeds even groot als de duwkracht. Is de kast eenmaal in beweging dan is de schuifwrijvingskracht constant en maximaal.

De grootte van de schuifwrijvingskracht hangt niet alleen af van de ruwheid van de contactoppervlakken maar ook van de kracht waarmee het voorwerp tegen de ondergrond wordt geduwd. Een lichte kast verschuif je gemakkelijker dan een zware kast. Voor de maximale schuifwrijvingskracht geldt:

$$F_{w,schuif,max} = f \cdot F_n$$

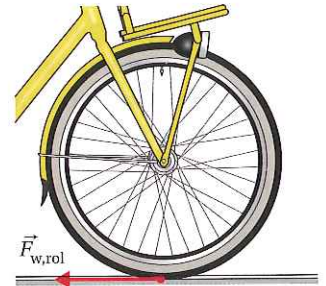
- $F_{w,schuif,max}$ is de maximale schuifwrijvingskracht in N.
- f is de wrijvingscoëfficiënt.
- F_n is de normaalkracht in N.

Als rubber over metaal schuift, is de wrijvingscoëfficiënt gelijk aan 1,35.

Dat betekent dat een voorwerp met een rubberen contactoppervlak pas over metaal schuift als de kracht waarmee je trekt aan het voorwerp, groter is dan 135% van de normaalkracht. Als leer over hout schuift is de wrijvingscoëfficiënt slechts 0,35.

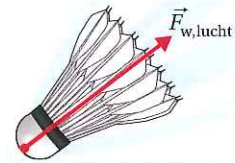
Daarom hebben dansschoenen een leren zool.

Ook op voorwerpen die over de grond rollen, werkt een tegenwerkende kracht: de **rolweerstandskracht** $F_{w,rol}$. In figuur 3.9 is de rolweerstandskracht getekend op het voorwiel van een fiets. De grootte van de rolweerstandskracht hangt af van de kracht waarmee het rollende voorwerp tegen de ondergrond wordt geduwd. Ook de vervormbaarheid van de contactoppervlakken bepaalt de grootte van de rolweerstandskracht. Over asfalt fiets je gemakkelijker dan over zand en dat gaat gemakkelijker met harde banden dan met zachte.



Figuur 3.9

Een voorwerp dat door de lucht beweegt, ondervindt een tegenwerkende kracht van de lucht. Die kracht heet de luchtweerstandskracht $F_{w,lucht}$. In figuur 3.10 is de luchtweerstandskracht getekend die een badmintonshuttle ondervindt. De grootte van de luchtweerstandskracht hangt af van de snelheid van het voorwerp en van het voorwerp zelf. Dat laatste gebeurt op twee manieren:



Figuur 3.10

De vorm van het voorwerp bepaalt de stroomlijn. Bij een betere stroomlijn kan de lucht gemakkelijker langs het voorwerp wegstromen en daardoor is de luchtweerstandskracht kleiner. De badmintonshuttle heeft dus een slechte stroomlijn. Ook de frontale oppervlakte van het voorwerp speelt een rol. Bij de badmintonshuttle is de frontale oppervlakte de oppervlakte gevormd door de bovenkant van de shuttle.

Voor de luchtweerstandskracht geldt:

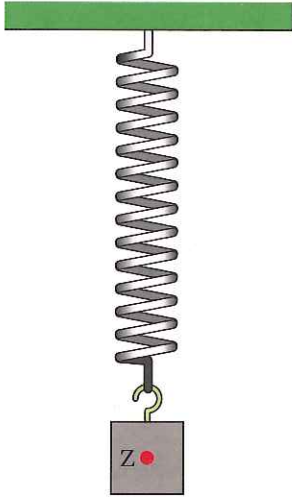
$$F_{w,lucht} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

- $F_{w,lucht}$ is de luchtweerstandskracht in N.
- c_w is de luchtweerstandscoefficiënt.
- ρ is de dichtheid van de lucht in kg m^{-3} .
- A is de frontale oppervlakte in m^2 .
- v is de snelheid in m s^{-1} .

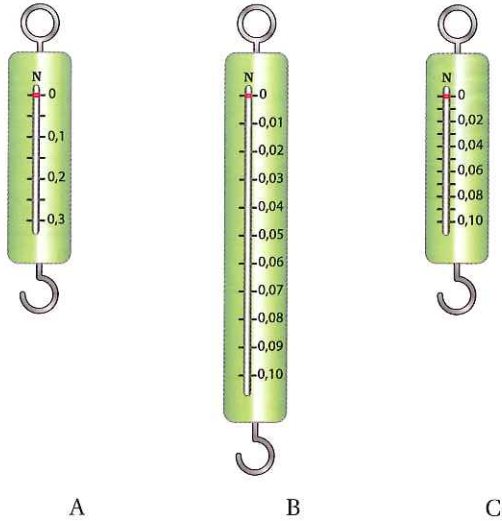
Opmerking

De luchtweerstandscoefficiënt is een maat voor de stroomlijn. Hoe kleiner de luchtweerstandscoefficiënt des te beter is de stroomlijn.

- **werkblad** 1 Een blokje met een massa van 142 gram hangt aan een veer. Zie figuur 3.11. De veer is 11,3 cm uitgerekt. Op het blokje werken de veerkracht en de zwaartekracht. Deze twee krachten zijn aan elkaar gelijk.
- Teken de krachten die op het blokje werken.
 - Bereken de veerconstante van de veer. Geef je antwoord in N/m.

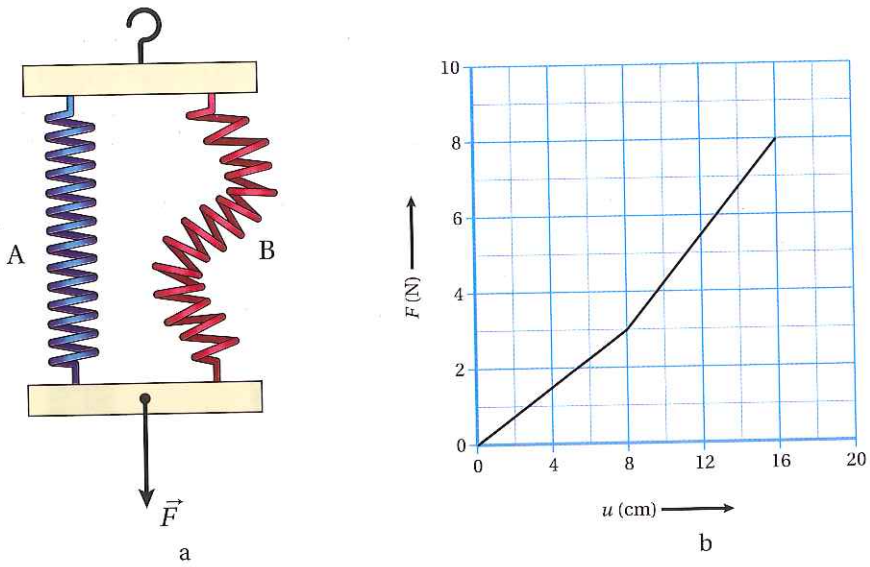


Figuur 3.11



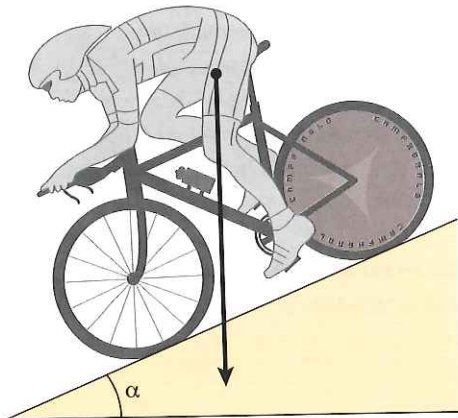
Figuur 3.12

- **hulpblad** 2 In figuur 3.12 zie je drie veerunsters. Met een veerunster meet je krachten. De werking berust op het uitrekken van een veer. Zet de veerunsters in volgorde van oplopende veerconstante.
- 3 In figuur 3.13a zie je twee veren naast elkaar hangen. De veren zijn van ongelijke lengte. Veer B is 8,0 cm langer dan veer A. Van dit systeem is een (F,u) -diagram gemaakt. Zie figuur 3.13b. De uitrekking u is de uitrekking van veer A.
- Leg waarom de grafiek steiler loopt vanaf $u = 8,0$ cm.
 - Toon aan dat de veerconstante van veer A gelijk is aan 38 N/m
 - Bepaal de grootte van de veerconstante van veer B.



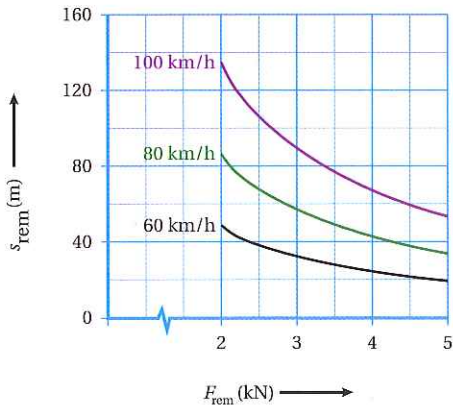
Figuur 3.13

- **werkblad** 4 In figuur 3.14 zie je een wielrenner die met een snelheid van 85 km/h een helling afrijdt. De massa van de wielrenner is 65,2 kg en de massa van de fiets is 9,6 kg. De wielrenner ondervindt een normaalkracht van $6,0 \cdot 10^2$ N. Zijn luchtweerstandscoefficiënt is gelijk aan 0,8. Zijn frontale oppervlakte is gelijk aan $3,4 \cdot 10^3$ cm². De dichtheid van de lucht is gelijk aan $1,293$ kg m⁻³. De rolweerstandskracht is 3,0 N.
- Bereken de grootte van de zwaartekracht.
 - Bereken de grootte van de luchtweerstandskracht. De zwaartekracht is al getekend in figuur 3.14.
 - Teken in figuur 3.14 de normaalkracht en de luchtweerstandskracht in verhouding tot de zwaartekracht.



Figuur 3.14

- 5 Om een nieuw type autoband te testen, remt een testrijder onder verschillende weersomstandigheden. Voor dit type auto is bekend hoe de lengte van de remweg afhangt van de remkracht bij verschillende snelheden. Zie figuur 3.15. De massa van de auto is $7,2 \cdot 10^2$ kg. Bij een snelheid van 80 km/h is de remweg van deze auto op een droog wegdek gelijk aan 50 m.
- a Toon aan dat de grootte van de schuifwrijvingskracht gelijk is aan 0,50.
Bij hevige regen blijkt de grootte van de schuifwrijvingscoëfficiënt 30% lager te zijn dan bij een droog wegdek.
- b Bepaal bij welke snelheid de auto dan nog steeds een remweg van 50 m heeft.



Figuur 3.15

Twee honden worden samen uitgelaten. De honden willen niet precies dezelfde kant op. Elke hond oefent een kracht uit op het meisje. Hoe groot is de kracht die de honden samen uitoefenen?

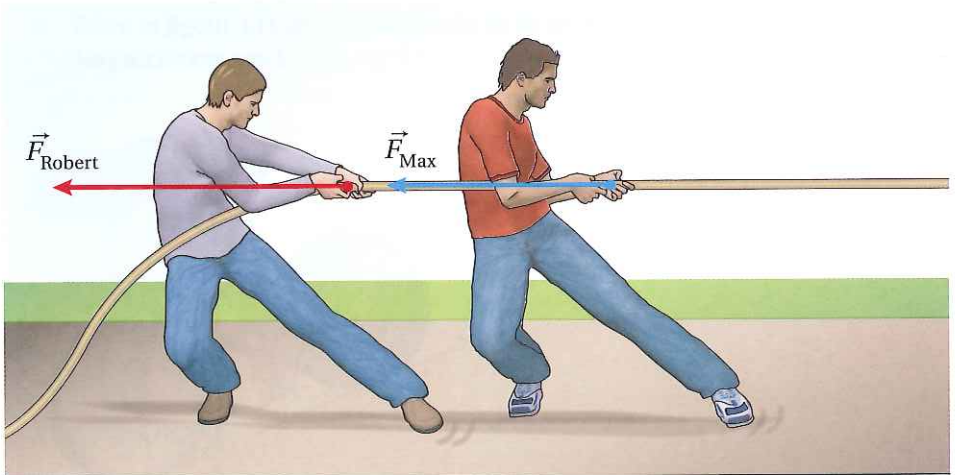


Figuur 3.16

3.2 Samenstellen van krachten

Krachten waarbij de werklijnen samenvallen

In figuur 3.17 zie je twee touwtrekkers, Robert en Max. Ze oefenen allebei kracht uit op het touw. Robert trekt met een kracht van 650 N en Max trekt met een kracht van 640 N. De krachten hebben een verschillend aangrijpingspunt, maar werken in dezelfde richting en hebben dezelfde werklijn. Omdat je een kracht langs zijn werklijn mag verschuiven, mag je de krachten laten beginnen in één punt. Zie figuur 3.18a en b.



Figuur 3.17



Figuur 3.18

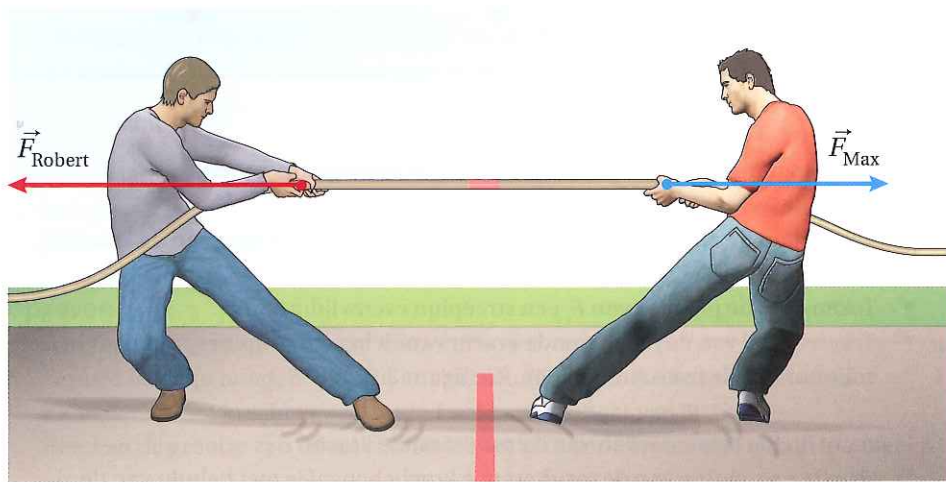
De totale kracht die wordt uitgeoefend, noem je de **resulterende kracht** F_{res} . Je houdt dan rekening met de richting waarin een kracht werkt.

Wiskundig geef je dit weer met $\sum_i \vec{F}_i$.

In figuur 3.17 bereken je de grootte van de resulterende kracht met:

$$\begin{aligned} \sum_i \vec{F}_i &= F_{\text{Robert}} + F_{\text{Max}} \\ \sum_i \vec{F}_i &= 650 + 640 \\ \sum_i \vec{F}_i &= 1290 \text{ N} \end{aligned}$$

De richting van de resulterende kracht is naar links.



Figuur 3.19

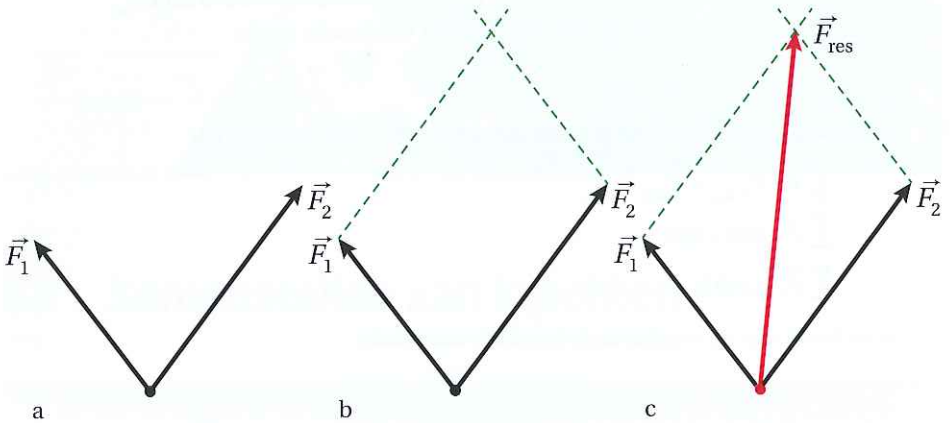
In figuur 3.19 zie je Robert en Max weer aan het touw trekken. Dit keer trekken ze in tegengestelde richtingen, Robert naar links en Max naar rechts. De krachten werken elkaar nu tegen. De grootte van de resulterende kracht bereken je nu met:

$$\begin{aligned} \sum_i \vec{F}_i &= F_{\text{Robert}} - F_{\text{Max}} \\ \sum_i \vec{F}_i &= 650 - 640 \\ \sum_i \vec{F}_i &= 10 \text{ N} \end{aligned}$$

Omdat Robert harder trekt dan Max, is de richting van de resulterende kracht naar links.

Krachten waarbij de werklijnen een hoek maken

De honden van figuur 3.16 trekken maar voor een deel dezelfde kant op: de werklijnen maken een hoek. In figuur 3.20 zijn de krachten op schaal getekend. Om de grootte van een kracht vast te stellen, gebruik je de **schaalfactor**. In figuur 3.20 is de schaalfactor $1 \text{ cm} \triangleq 15 \text{ N}$. In figuur 3.20a is de lengte van pijl F_1 gelijk aan 2,5 cm. Dus $F_1 = 2,5 \times 15 = 38 \text{ N}$. Controleer zelf dat kracht F_2 gelijk is aan 51 N.



Figuur 3.20

De resulterende kracht construeer je met de **parallelogrammethode**.

De methode werkt als volgt:

- Teken door de pijlpunt van kracht F_2 een streeplijn evenwijdig aan de kracht F_1 . Zie figuur 3.20b.
- Teken door de pijlpunt van F_1 een streeplijn evenwijdig aan F_2 .
- Teken de pijl van de resulterende kracht vanuit het aangrijpingspunt naar het snijpunt van de twee streeplijnen. Zie figuur 3.20c.

Je noemt dit het **samenstellen van de resulterende kracht**.

De grootte en richting van de resulterende kracht bepaal je met behulp van de figuur. In figuur 3.20c is de pijl van de resulterende kracht 4,7 cm lang. De kracht F_{res} is dan $4,7 \times 15 = 71 \text{ N}$. De richting bepaal je door de waarde van een hoek te meten die F_{res} maakt met F_1 of F_2 . Zo maakt in figuur 3.20c de resulterende kracht een hoek van 44° met F_1 .

Berekenen van de resulterende kracht bij twee onderling loodrechte krachten

Soms is de hoek tussen twee krachten 90° . Deze situatie is getekend in figuur 3.21.

De krachten F_1 en F_2 zijn 39 N en 54 N. Het parallellogram is nu een rechthoek. In dat geval kun je de grootte van de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras. De schuine zijde van driehoek ABC in figuur 3.21 stelt de resulterende kracht voor.

Omdat zijde BC even groot is als zijde AD, geldt voor de resulterende kracht:

$$F_{\text{res}}^2 = F_1^2 + F_2^2$$

$$F_{\text{res}}^2 = 39^2 + 54^2$$

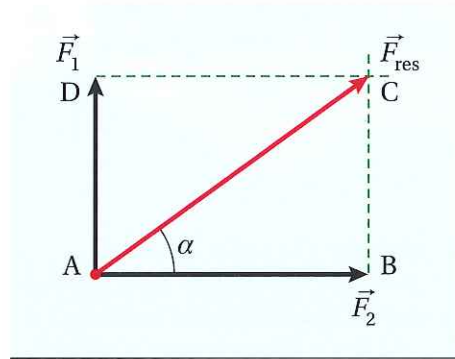
$$F_{\text{res}} = 67 \text{ N.}$$

De richting van de resulterende kracht bereken je met de cosinus, sinus of tangens. Zo geldt in figuur 3.21 voor de tangens van hoek α :

$$\tan(\alpha) = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{39}{54} = 0,722$$

$$\alpha = 36^\circ$$



Figuur 3.21

Opgaven

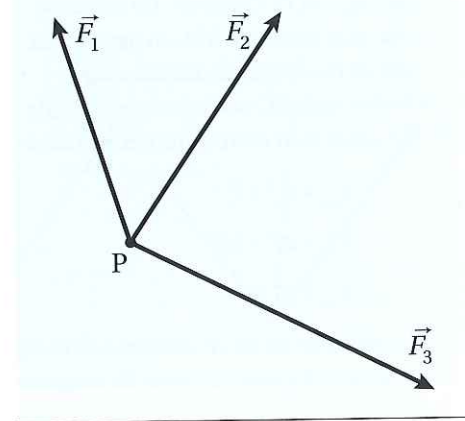
- Donald laat zijn honden Pluto en Loebas uit. Hij houdt de lijnen in één hand. Pluto oefent een kracht van 50 N uit, Loebas een kracht van 80 N. Bereken de grootte van de resulterende kracht die de honden op Donald uitoefenen als:
 - Pluto en Loebas dezelfde richting op willen;
 - Pluto en Loebas in tegenovergestelde richting willen;
 - De hoek tussen de lijnen 90° is.
- Mickey laat Rakker en Lady uit. Hij houdt de lijnen in één hand. Rakker trekt met een kracht van 44 N en Lady met een kracht van 66 N. De hoek tussen de lijnen is 55° . De kracht van Rakker kun je tekenen met een pijl van 4,0 cm.
 - Teken de twee krachten op de schaal.
 - Bepaal door middel van constructie de grootte van de resulterende kracht. De honden lopen vervolgens een andere kant op. De hoek tussen de lijnen wordt dan 125° . De kracht van Rakker blijft 44 N en de kracht van Lady blijft 66 N.
 - Bepaal door middel van constructie de grootte van de resulterende kracht.

- werksblad 8 In figuur 3.22 zijn de krachten F_1 en F_2 op schaal getekend. Kracht $F_1 = 35$ N.
- Bepaal de grootte van de resulterende kracht.
 - Bepaal de richting van de resulterende kracht ten opzichte van F_1 .



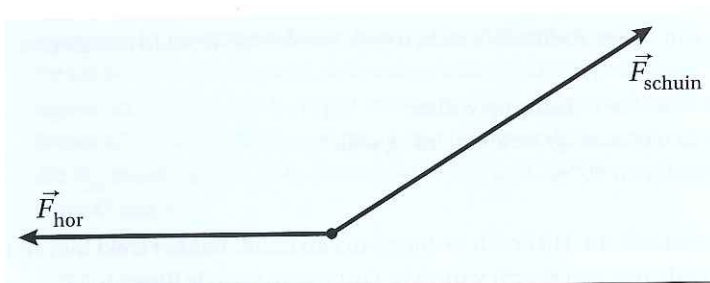
Figuur 3.22

- werksblad 9 In figuur 3.23 zijn drie krachten getekend. De resulterende kracht van de drie krachten bepaal je in twee stappen. Eerst construeer je de resulterende kracht van twee krachten. Vervolgens construeer je de resulterende kracht van alle krachten. De grootte van F_1 is 35 N.
- Bepaal de grootte van de resulterende kracht.
 - Bepaal de richting van de resulterende kracht ten opzichte van F_3 .



Figuur 3.23

- 10 In figuur 3.24 zijn twee krachten geschetst: $F_{\text{hor}} = 80,0$ N en $F_{\text{schuin}} = 95,4$ N. De resulterende kracht maakt een hoek van 90° met F_{hor} . Ook in dit geval kun je de grootte van de resulterende kracht berekenen met de stelling van Pythagoras.
- Bereken de grootte van de resulterende kracht.
 - Bereken de hoek tussen F_{res} en F_{schuin} .



Figuur 3.24

Een vrachtschip wordt getrokken door een sleepboot. Hierbij worden twee touwen gebruikt: een touw vastgemaakt aan de sleepboot en een touw aan het schip. Waarom zit het touw van de sleepboot op twee punten vast aan de sleepboot? Hoe groot zijn de krachten in dat touw?



Figuur 3.25

3.3 Ontbinden van krachten

Construeren van de componenten van een kracht

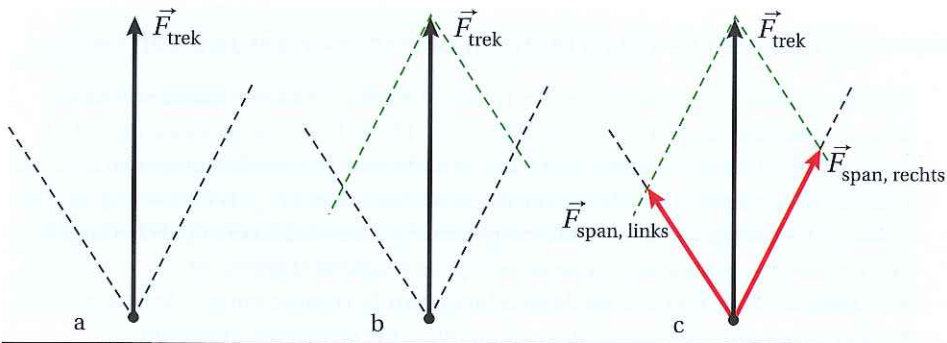
In figuur 3.25 trekt het touw van de sleepboot aan het touw van het vrachtschip. Het touwdeel links van de knik en het touwdeel rechts van de knik mag je opvatten als twee aparte touwen, ieder met zijn eigen spankracht. De twee spankrachten zorgen voor de trekkracht op het vrachtschip.

In figuur 3.26a zijn de trekkracht en de werklijnen van de spankrachten getekend.

De getekende kracht F_{trek} is de resulterende kracht van de twee spankrachten.

Je construeert de spankrachten in het sleeptouw met de **omgekeerde parallellogrammethode**. De methode werkt als volgt:

- Teken door de pijlpunt van de trekkracht twee streeplijnen evenwijdig aan de werklijnen. Zie figuur 3.26b.
- Teken links en rechts de pijlen vanuit het aangrijpingspunt tot aan de snijpunten van de werklijnen, zoals in figuur 3.26c gedaan is.



Figuur 3.26

Dit noem je het ontbinden van een kracht. De twee krachten die je geconstrueerd hebt, noem je de **componenten van een kracht**. De grootte van de krachten bepaal je door de lengte van de pijlen op te meten en te vermenigvuldigen met de schaalfactor.

Berekening bij twee onderling loodrechte componenten

Bij het ontbinden van een kracht in twee componenten kan er een hoek van 90° zijn tussen twee van de drie krachten. In dat geval kan de grootte van de krachten ook berekend worden.

In figuur 3.27 zie je een kracht van 66 N. De kracht is ontbonden in de componenten F_1 en F_2 . De componenten F_1 en F_2 maken een hoek van 90° met elkaar. In de figuur is de hoek tussen F en F_1 aangegeven met α . Die hoek is 40° . F is de schuine zijde van de driehoek ABC en F_1 is de aanliggende zijde. Uit deze figuur volgt dat:

$$\cos(\alpha) = \frac{F_1}{F}$$

$$\cos(40^\circ) = \frac{F_1}{66}$$

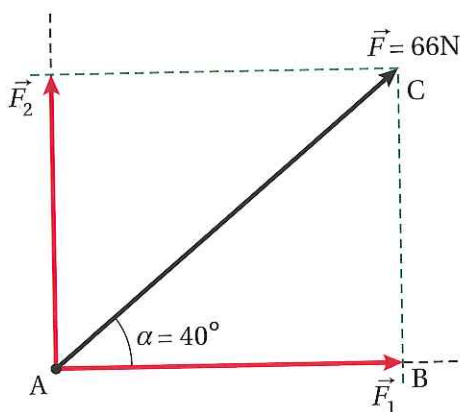
$$F_1 = 51 \text{ N}$$

Omdat pijl F_2 even lang is als zijde BC, geldt:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_2}{F}$$

$$\sin(40^\circ) = \frac{F_2}{66}$$

$$F_2 = 42 \text{ N}$$

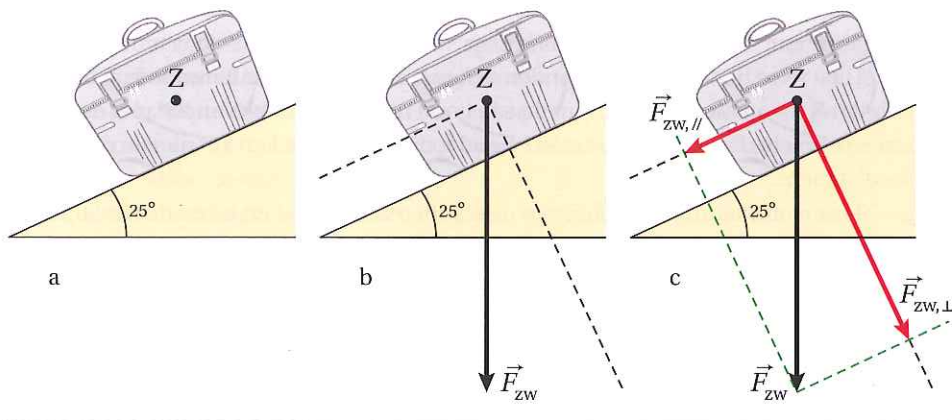


Figuur 3.27

Componenten van de zwaartekracht bij een voorwerp op een helling

In figuur 3.28a zie je een koffer op een helling. De koffer heeft een massa van 13 kg. De zwaartekracht op de koffer is dus $13 \times 9,81 = 128 \text{ N}$. Punt Z is het zwaartepunt. De zwaartekracht die op de koffer werkt, kun je ontbinden in twee componenten die loodrecht op elkaar staan. De richting van de eerste component $F_{zw, \parallel}$ is evenwijdig aan de helling. De richting van de tweede component $F_{zw, \perp}$ staat loodrecht op de helling. Om de componenten te construeren voer je de volgende stappen uit.

- Teken de zwaartekracht en de werklijnen van de componenten. Zie figuur 3.28b.
- Pas de omgekeerde parallelogrammethode toe op de zwaartekracht. Zie figuur 3.28c.



Figuur 3.28

De lengte van de pijl F_{zw} is 3,8 cm. De schaalfactor is dus $1 \text{ cm} \hat{=} 33,7 \text{ N}$.

De pijl $F_{zw,||}$ heeft een lengte van 1,6 cm. Hieruit volgt $F_{zw,||} = 1,6 \times 33,7 = 54 \text{ N}$.

Ga zelf na dat $F_{zw,\perp} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$.

Omdat de componenten van de zwaartekracht een hoek van 90° met elkaar maken, kun je de grootte van de componenten ook berekenen.

In figuur 3.29 is figuur 3.28c nogmaals weergegeven. De helling, de horizontaal en de zwaartekracht vormen een driehoek, die in figuur 3.29 met blauw is aangegeven. Een tweede driehoek wordt gevormd door de zwaartekracht, helling en de streeplijn. In figuur 3.29 is deze driehoek met groen aangegeven. Beide driehoeken hebben een hoek van 90° . Beide driehoeken hebben ook de hoek rechtsboven gemeenschappelijk. Daaruit volgt dat de hoek α van de groene driehoek gelijk moet zijn aan de hellingshoek van 25° .

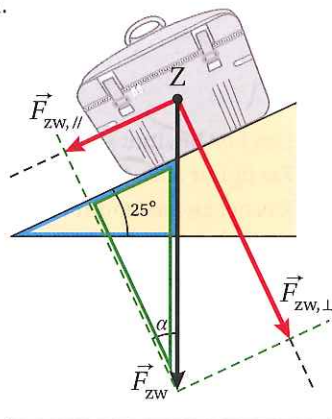
Voor de component $F_{zw,||}$ geldt dan:

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{zw,||}}{F_{zw}}$$

en voor de component $F_{zw,\perp}$ geldt:

$$\cos(\alpha) = \frac{F_{zw,\perp}}{F_{zw}}$$

Met $\alpha = 25^\circ$ volgt hieruit $F_{zw,||} = 54 \text{ N}$ en $F_{zw,\perp} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ N}$.

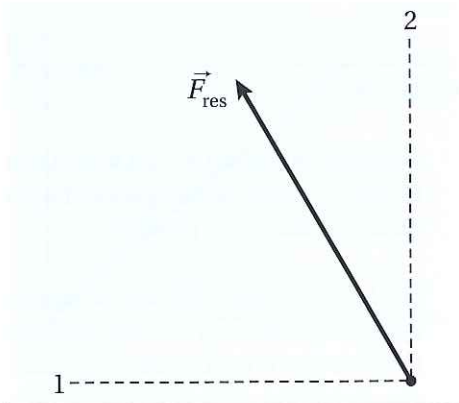


Figuur 3.29

Opgaven

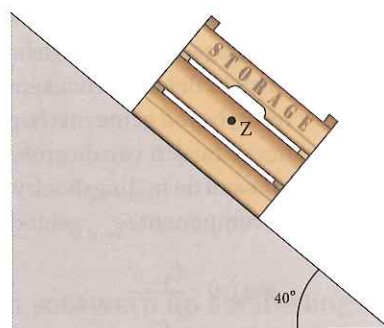
- 11 Karel laat twee honden uit. De honden oefenen samen een resulterende kracht F_{res} van 120 N uit op Karel. De lijn van de ene hond maakt een hoek van 25° met de resulterende kracht. De lijn van de andere hond maakt een hoek van 40° met de resulterende kracht.
- Maak een tekening op schaal van de resulterende kracht en teken de werklijnen van de spankrachten.
 - Construeer de spankrachten in de lijnen.
 - Bepaal de grootte van de spankrachten.

- werksblad 12 In figuur 3.30 zijn de werklijnen van de componenten van F_{res} getekend. $F_{\text{res}} = 92 \text{ N}$. De werklijnen staan loodrecht op elkaar.
- Toon aan dat F_2 gelijk is aan 80 N.
 - Bereken de hoek tussen F_2 en F_{res} .



Figuur 3.30

- werksblad 13 Een kist bevindt zich op een helling. Zie figuur 3.31. De tekening is op schaal. Z is het zwaartepunt van de kist. De kist heeft een massa van 109 kg.
- Bereken de grootte van de zwaartekracht.
 - Ontbind de zwaartekracht in een component evenwijdig aan de helling en een component loodrecht op de helling.
 - Bepaal de grootte van de componenten.
 - Bereken hoeveel procent de component langs het oppervlak afneemt als de hoek van 40° naar 20° verandert.



Figuur 3.31

- werksblad 14 Een zeilboot wordt gesleept door een motorboot. Het sleeptouw wordt op de motorboot vastgemaakt aan speciale onderdelen die kikkers worden genoemd. Om de zeilboot te slepen is een grote trekkracht nodig. De kracht op één kikker mag echter niet te groot worden, want anders breekt de kikker af. Daarom wordt het sleeptouw aan twee kikkers vastgemaakt, zoals je in figuur 3.25 kunt zien.

In figuur 3.32a is de situatie op schaal getekend. De getekende pijl stelt de kracht op de zeilboot voor. De werklijnen van de spankrachten zijn getekend met streeplijnen.

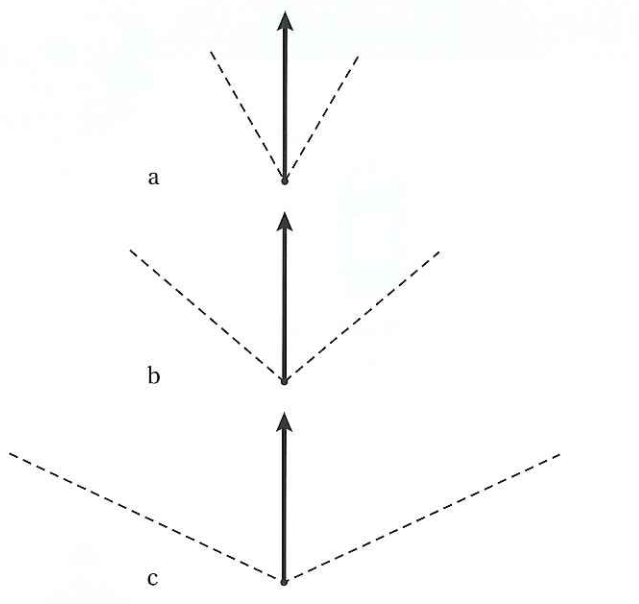
a Construeer de krachten in het sleeptouw in figuur 3.32a.

Door het sleeptouw langer of korter te maken verandert de hoek tussen de werklijnen van de spankrachten. Blijft de trekkracht hetzelfde, dan veranderen de spankrachten in het sleeptouw.

b Construeer in de figuren 3.32b en 3.32c de spankrachten in het sleeptouw.

c Beschrijf het verband tussen de grootte van de spankrachten en de hoek tussen de spankrachten.

d Moet het touw van de motorboot lang of kort zijn om te voorkomen dat de kikkers afbreken? Licht je antwoord toe.



Figuur 3.32

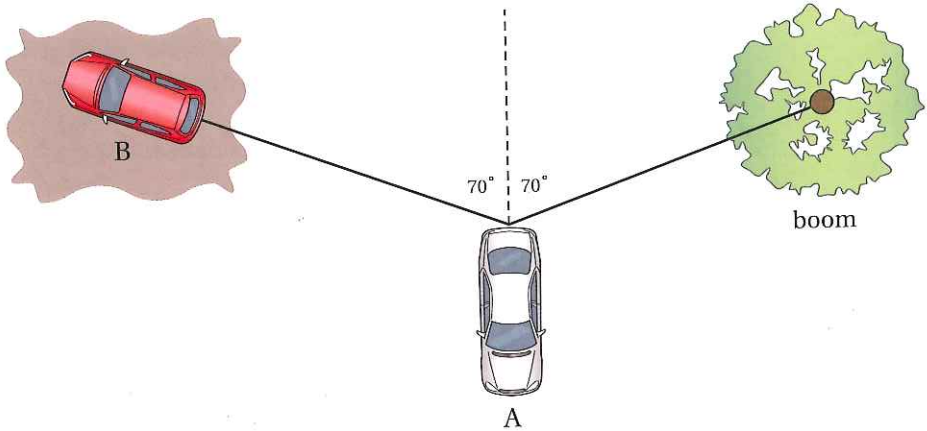
- **hulpblad** 15 Een auto die vastzit in de modder kun je lostrekken met behulp van een andere auto. Dat gaat gemakkelijker als er een boom in de buurt staat. In figuur 3.33 zie je hoe je auto B met behulp van auto A kunt lostrekken. Zolang auto B nog niet begint te bewegen, zijn de spankrachten in elk van de twee touwdelen gelijk aan de trekkracht

F_B op auto B. Voor de trekkracht F_A die auto A uitoefent geldt dan: $\frac{\frac{1}{2} F_A}{F_b} \cos(70^\circ)$

a Toon dit aan.

Als auto B een stuk opgeschoven is, maar nog steeds vastzit in de modder, werkt deze methode niet meer zo goed als in het begin.

b Leg uit waarom de methode dan minder goed werkt.



Figuur 3.33

Het kind op de schommel wordt op haar plaats gehouden door haar grote zus. Hoeveel kracht moet haar zus daarvoor uitoefenen?

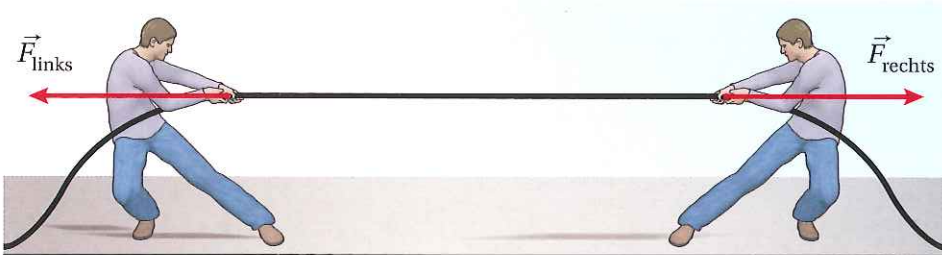


Figuur 3.34

3.4 Krachten in evenwicht

Evenwicht van krachten

Je spreekt over een **evenwicht van krachten** als alle krachten op een voorwerp samen een kracht opleveren van 0 N. Bij twee krachten betekent dit dat beide krachten dezelfde grootte hebben en in tegengestelde richting wijzen. De twee krachten heffen elkaar dan op. Zie figuur 3.35. Maar ook drie krachten waarvan de werklijnen een hoek maken, kunnen elkaar opheffen.



Figuur 3.35

Krachtenevenwicht met twee bekende krachten

In figuur 3.36 zie je twee honden die in verschillende richtingen aan de lijnen trekken. Zij oefenen daarbij kracht uit op het knooppunt van de lijnen. Het meisje dat de honden uitlaat, oefent

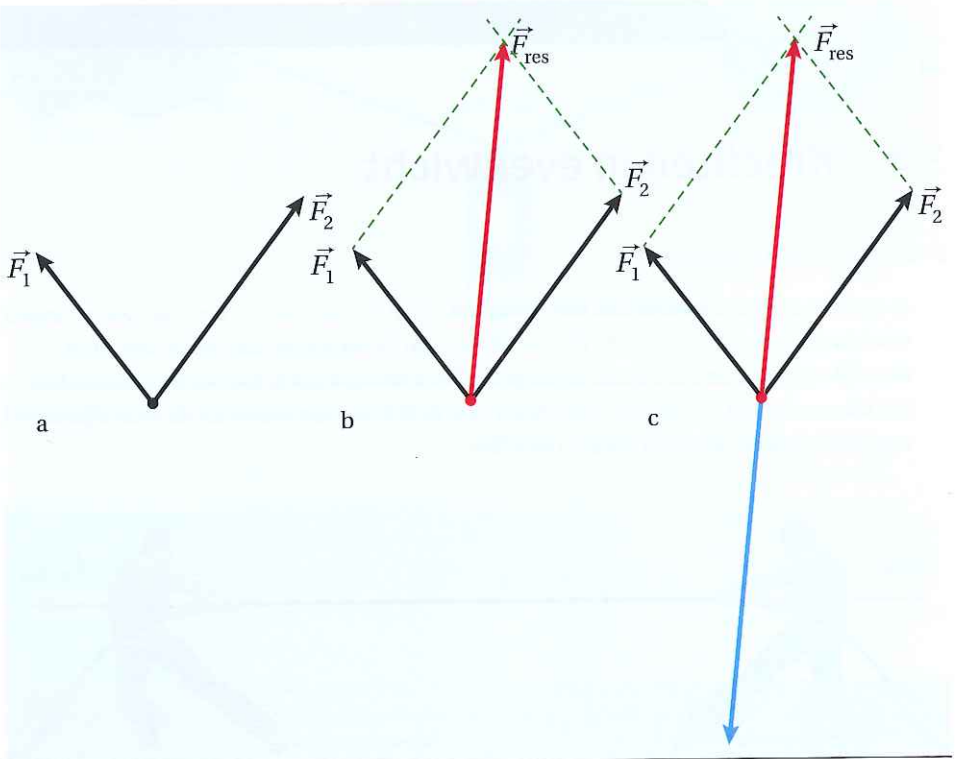


Figuur 3.36

ook kracht uit op dat knooppunt. Haar trekkracht zorgt ervoor dat de krachten in evenwicht zijn. Met een krachtentekening kun je de grootte en richting van die trekkracht bepalen.

De werkwijze is als volgt:

- Maak een tekening op schaal van de krachten F_1 en F_2 . Zie figuur 3.37a.
- In deze figuur komt 1 cm overeen met 20 N. Je kunt dan nagaan dat geldt: $F_1 = 50 \text{ N}$ en $F_2 = 66 \text{ N}$.
- Construeer de resulterende kracht van F_1 en F_2 . Dit is gedaan in figuur 3.37b. De resulterende kracht heeft dan een grootte van 94 N.
- Teken de derde kracht met een even grote pijl als de resulterende kracht, maar in de tegenovergestelde richting. Zie figuur 3.37c.



Figuur 3.37

De trekkracht van het meisje is even groot als de resulterende kracht en dus 94 N. Doordat de richting van de trekkracht tegengesteld is aan de resulterende kracht van de hondjes, heffen de krachten elkaar op.

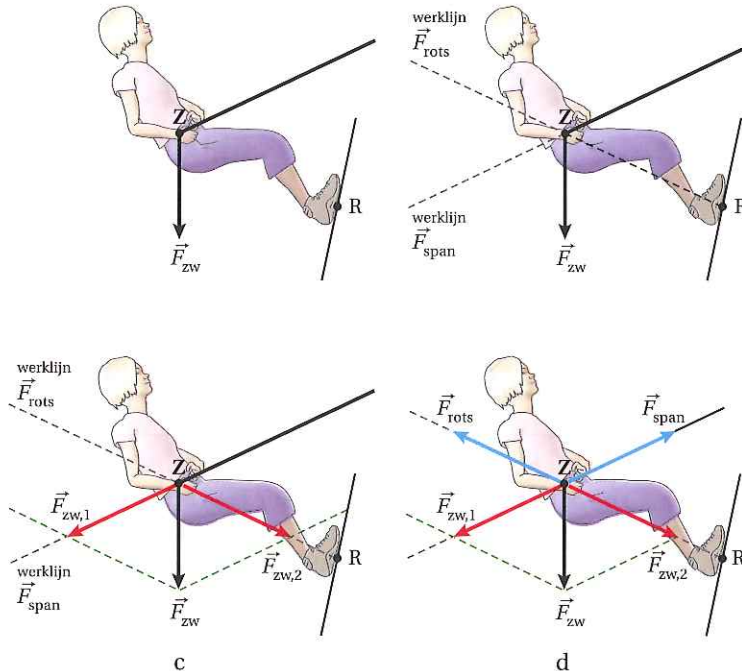
Krachtenevenwicht met twee onbekende krachten: de bergbeklimmer

In figuur 3.38a zie je een bergbeklimmer die aan een kabel tegen een rotswand hangt. Op de bergbeklimmer werken drie krachten: de zwaartekracht, de spankracht van de kabel en de kracht die de rots uitoefent. Deze laatste wordt aangeduid met F_{rots} . De krachten op de bergbeklimmer zijn in evenwicht.

Om vast te stellen hoe groot de spankracht is, ga je als volgt te werk:

- Trek twee werklijnen voor de componenten van de zwaartekracht. Teken de eerste werklijn in het verlengde van de kabel. Teken de tweede werklijn vanuit R door Z. Dit is de werklijn van F_{rots} . Zie figuur 3.38b.
- Ontbind de zwaartekracht in zijn componenten. Zie figuur 3.38c.
- Teken vanuit Z een pijl tegengesteld aan $F_{\text{zw},1}$. De pijl heeft dezelfde lengte als $F_{\text{zw},1}$. Zie figuur 3.38d.
- Teken vanuit Z een pijl tegengesteld aan $F_{\text{zw},2}$. De pijl heeft dezelfde lengte als $F_{\text{zw},2}$. Zie figuur 3.38d.

De spankracht F_{span} is net zo groot is als de component $F_{\text{zw},1}$ van de zwaartekracht, maar werkt in tegengestelde richting. Die twee krachten zijn dus in evenwicht. De kracht F_{rots} en de component $F_{\text{zw},2}$ moeten ook in evenwicht zijn. Dus die krachten moeten even groot zijn en de richtingen moeten tegengesteld zijn. De kracht F_{rots} in figuur 3.38d is getekend met het aangrijpingspunt in Z. Dat mag want een kracht kun je langs zijn werklijn verschuiven. In werkelijkheid grijpt F_{rots} echter aan in punt R.



Figuur 3.38

Krachtenevenwicht met twee onbekende krachten: de schommel

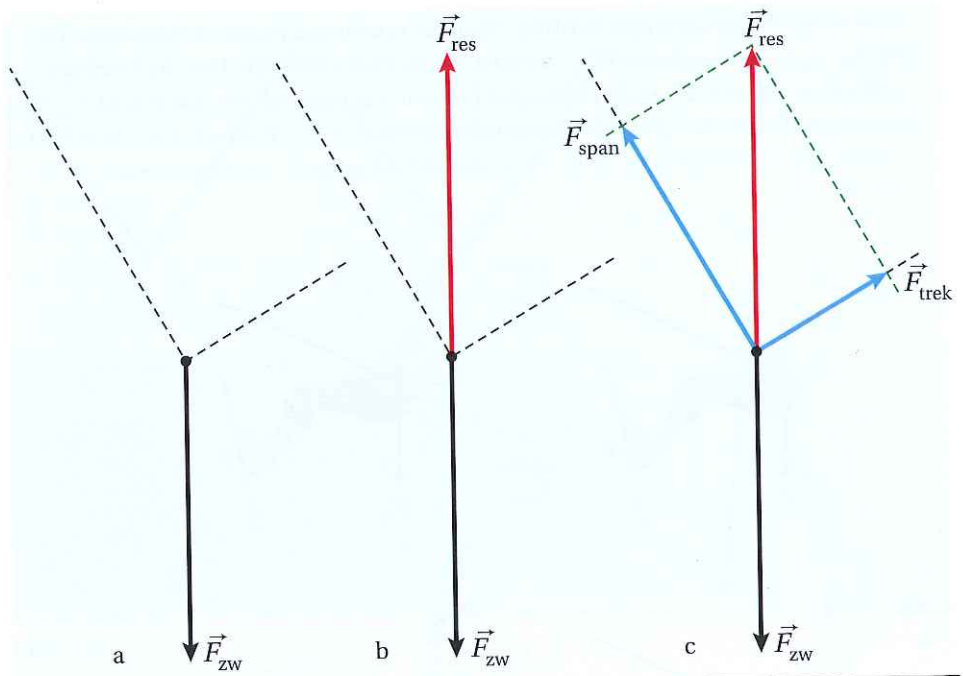
► practicum Krachten in evenwicht

In figuur 3.34 werken drie krachten: de zwaartekracht op het plankje met het kind, de spankracht van het ophangtouw en de trekkracht van het meisje. De krachten zijn in evenwicht. Als je de massa van het plankje met het kind weet, kun je de twee andere krachten bepalen. Zie figuur 3.39.

De massa van het plankje met het kind is 20,4 kg. De zwaartekracht daarop is dan $20,4 \times 9,81 = 200$ N. De schaal van figuur 3.35a is $1 \text{ cm} \triangleq 50 \text{ N}$. De zwaartekracht is dus getekend met een pijl van 4,0 cm. Ook de werklijnen van de trekkracht en de spankracht zijn getekend.

De trekkracht en de spankracht kun je bepalen op een vergelijkbare manier als in figuur 3.38. Maar er is ook een andere methode:

- Teken eerst de kracht die tegengesteld is aan de zwaartekracht. De pijl van die kracht is even lang als de pijl van de zwaartekracht. Zie figuur 3.39b. De getekende pijl stelt de resulterende kracht van de trekkracht en de spankracht voor.



Figuur 3.39

- Ontbind de resulterende kracht in twee componenten. De ene component is de trekkracht en de andere component is de spankracht. Dit is gedaan in figuur 3.35c.
- Meet de lengte van de pijlen op en vermenigvuldig deze met de schaalfactor. Zo vind je voor de grootte van de spankracht $1,7 \cdot 10^2$ N en voor de grootte van de trekkracht $1,0 \cdot 10^2$ N. Controleer dit zelf in figuur 3.39c.

Opgaven

16 In figuur 3.40 zie je twee schijfmagneten. De bovenste magneet 'hangt' los van de onderste magneet. De twee schijfmagneten oefenen een afstotende magnetische kracht op elkaar uit. Op de bovenste schijf werkt nog een kracht.

- Welke kracht is dat?
- Vergelijk de groottes van de twee krachten op de bovenste schijf. Licht je antwoord toe.

Op de onderste magneet werken drie krachten. De krachten zijn in evenwicht.

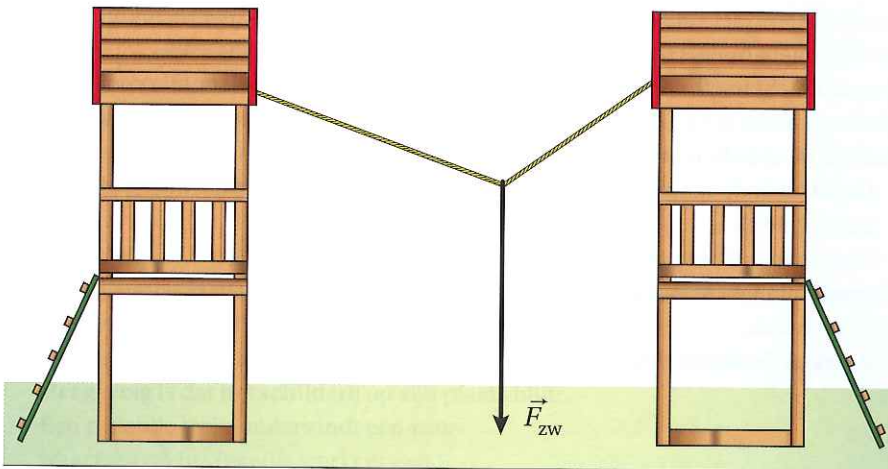
- Welke drie krachten werken op de onderste schijf?
- Geef met een formule het verband tussen de drie krachten weer.



Figuur 3.40

werkblad 17 Paulien klimt via een touw van de ene toren naar de andere toren. Op een gegeven moment hangt ze stil. Haar massa is 45 kg. Figuur 3.41 toont de situatie. Ook is er een pijl voor de zwaartekracht getekend. De resulterende kracht op Paulien is 0 N.

- Bereken de grootte van de zwaartekracht.
- Bepaal door constructie de grootte van de spankracht links en de grootte van de pankracht rechts in het touw.

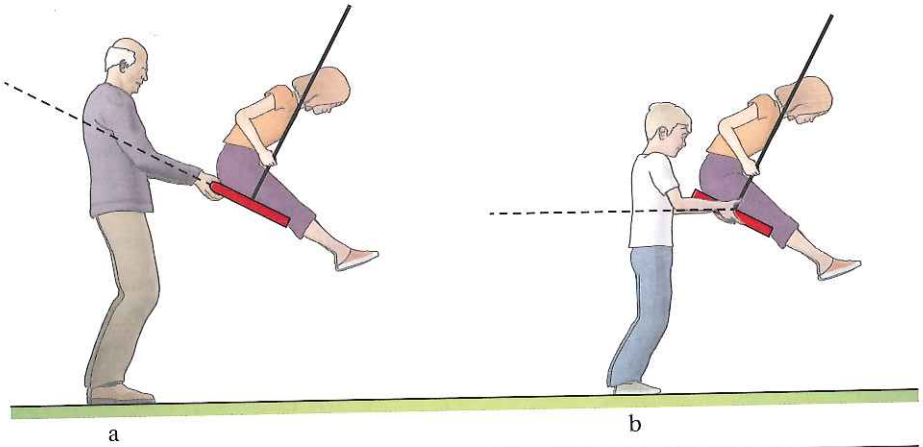


Figuur 3.41

18 Karljijn, Catootje en Jeroen trekken met zijn drieën aan een pop. Hun krachten zijn in evenwicht. De hoek tussen de krachten van Karljijn en Catootje is 90° . De kracht van Karljijn is 97 N groot. Catootje trekt met een kracht van 58 N.

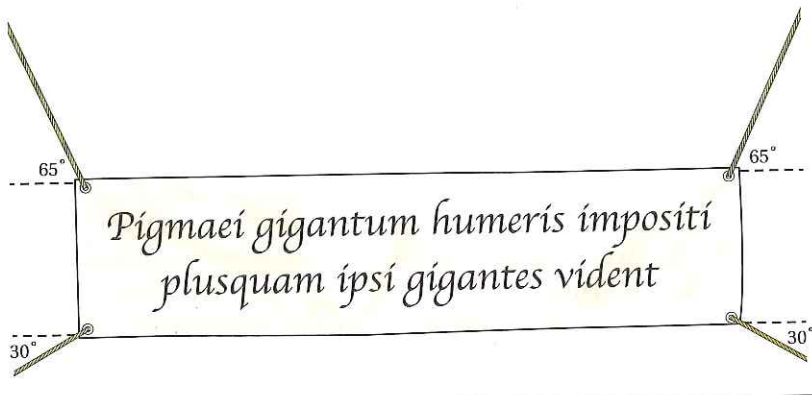
- Maak een tekening op schaal van de situatie.
- Construeer de kracht van Jeroen.
- Bepaal de grootte van de kracht van Jeroen.
- Bepaal de hoek tussen de kracht van Jeroen en de kracht van Karljijn.

- **werkblad** 19 In figuur 3.42 zie je twee keer een schommel met daarop een kind. In figuur 3.42a trekt opa de schommel uit het midden. In figuur 3.42b trekt het broertje de schommel uit het midden. In beide figuren is de richting van de trekkracht met een werklijn aangegeven. Zowel opa als het broertje trekken de schommel even ver opzij. Leg met behulp van een constructie uit wie de grootste trekkracht uitoefent.



Figuur 3.42

- **werkblad** 20 Een reclamebanner is opgehangen aan vier elastieken. Zie figuur 3.43.
- **hulpblad** De spankracht in elk van de bovenste elastieken is 46 N. De horizontale component van de spankracht van de bovenste elastieken is gelijk aan de horizontale component van de spankracht van de onderste elastieken.
- Construeer de spankrachten in de onderste elastieken. Gebruik als krachtschaal $1 \text{ cm} \triangleq 10 \text{ N}$.
 - Toon aan dat de spankracht in elk onderste elastiek gelijk is aan 22 N. De resultante kracht van alle spankrachten is gelijk aan de zwaartekracht op de reclamebanner.
 - Bereken de massa van de reclamebanner.



Figuur 3.43

Om vooruit te komen, heeft de speedboot een motor. De motor zorgt voor een voorwaartse kracht op de boot. Het water remt de boot af en zorgt dus voor een tegenwerkende kracht. Wanneer is de snelheid van de boot constant?



Figuur 3.44

3.5 De eerste wet van Newton

Krachtwerking

In paragraaf 3.1 zijn de vier gevolgen van een kracht besproken. Het voorwerp waarop de kracht werkt, kan:

- vervormen;
- op zijn plaats blijven;
- met constante snelheid voortbewegen;
- van snelheid veranderen.

Voorbeelden

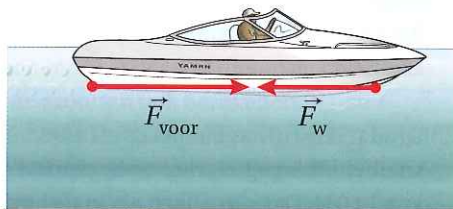
Je hebt vast wel eens in een stuk kneedgum geknepen of aan een spiraalveer getrokken. In beide gevallen verandert het voorwerp van vorm.

Op een schilderij dat aan de muur hangt, oefenen de spijker en de aarde kracht uit. Het gevolg is dat het schilderij op zijn plaats blijft.

Een rijdende trein ondervindt een voorwaartse kracht. Tegelijk werkt er een aantal wrijvingskrachten op de trein. Het gevolg is dat de snelheid verandert of constant blijft.

Resulterende kracht

Op een voorwerp werken vaak meerdere krachten. Om het gevolg van al deze krachten vast te stellen, kijk je naar de resulterende kracht. Figuur 3.45 is

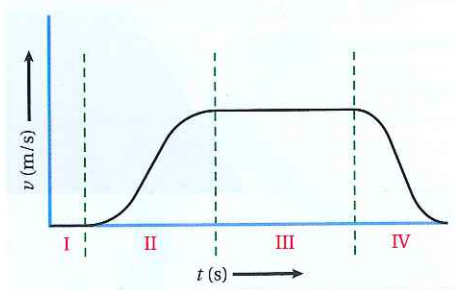


Figuur 3.45

een tekening van een varende motorboot. Omdat de motorboot horizontaal beweegt, kijk je alleen naar de krachten in horizontale richting. In figuur 3.45 zijn de twee horizontale krachten getekend: de voorwaartse kracht F_{voor} van de motor en de wrijvingskracht F_{w} van het water. Samen geven ze een resulterende kracht in horizontale richting.

Resulterende kracht bij een constante snelheid

In figuur 3.46 zie je het (v,t) -diagram van de motorboot, terwijl deze in een rechte lijn vaart. Er zijn vier tijdsintervallen aangegeven. In interval I ligt de boot stil, in interval II versnelt de boot, in interval III is de snelheid van de boot constant en in interval IV vertraagt de boot. Bij elke soort beweging kun je iets zeggen over de resulterende kracht op de boot.



Figuur 3.46

In interval I is de boot in rust. De resulterende kracht is dan 0 N. De grootte en richting van de snelheid veranderen dan niet.

In interval III verandert de snelheid niet van grootte én niet van richting. Ook nu is de resulterende kracht 0 N. De voorwaartse kracht is dan even groot als de wrijvingskracht.

De situaties in de intervallen I en III zijn voorbeelden van de **eerste wet van Newton**. Als op een voorwerp geen resulterende kracht werkt, beweegt het voorwerp eenparig rechtlijnig of is in rust. Het omgekeerde geldt ook. Als een voorwerp met constante snelheid langs een rechte lijn beweegt of in rust is, is de resulterende kracht op dat voorwerp gelijk aan 0 N.

De eerste wet van Newton in de praktijk

In figuur 3.47 zie je een bouwvakker een kruiwagen met stenen voortduwen op een bouwplaats. Op het horizontale terrein ondervindt de kruiwagen een rolweerstandskracht van 0,8 kN en beweegt met constante snelheid.



Figuur 3.47

Omdat de kruiwagen met constante snelheid beweegt, is de resulterende kracht 0 N. Dat kan alleen als in de horizontale richting de duwkracht even groot is als de rolweerstandskracht, maar tegengesteld gericht. De grootte van de duwkracht is dus ook 0,8 kN.

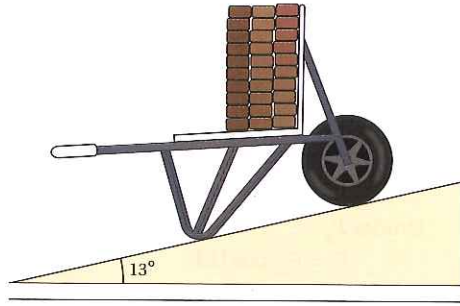
Tijdens de lunchpauze staat de kruiwagen op een helling. Zie figuur 3.48. De kruiwagen met stenen heeft een massa van 155 kg.

Op de kruiwagen met stenen werkt de zwaartekracht. Bovendien werken op het wiel en elke poot een normaalkracht én een wrijvingskracht. De normaalkrachten werken in dezelfde richting en die mag je samenstellen tot één normaalkracht F_n . Ook de wrijvingskrachten mag je samenvoegen tot één kracht F_w . Je laat de twee krachten dan aangrijpen in het zwaartepunt van de kruiwagen. Zie figuur 3.49.

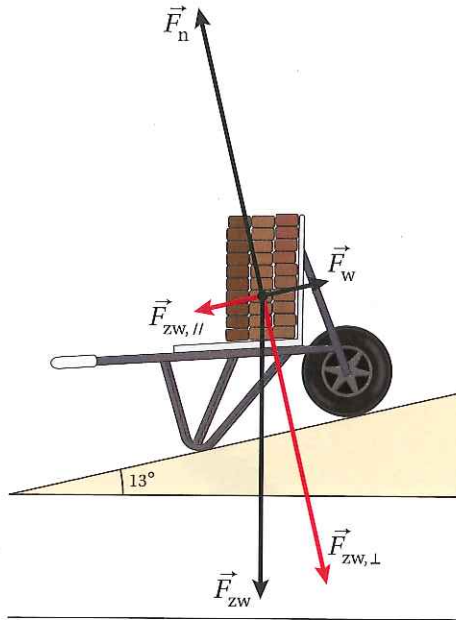
De richting van de zwaartekracht is verticaal richting de aarde. De richting van de normaalkracht is loodrecht op de helling omhoog. De richting van de wrijvingskracht is evenwijdig aan de helling. De kruiwagen is in rust, dus de resulterende kracht van deze drie krachten is 0 N. De zwaartekracht bereken je met $F_{zw} = m \cdot g$. De zwaartekracht is $155 \times 9,81 = 1,52 \cdot 10^3$ N groot. Om de andere krachten te vinden, ontbind je de zwaartekracht in twee componenten. In paragraaf 3.3 staat hoe je een zwaartekracht ontbindt.

De component $F_{zw,\perp}$ ligt in het verlengde van de normaalkracht. De andere component $F_{zw,\parallel}$ ligt in het verlengde van de wrijvingskracht. Omdat de resulterende kracht 0 N moet zijn, heffen de wrijvingskracht en $F_{zw,\parallel}$ elkaar op. De normaalkracht en $F_{zw,\perp}$ heffen elkaar ook op. Dit zie je in figuur 3.49. De pijlen van F_n en $F_{zw,\perp}$ zijn dus even lang. Hetzelfde geldt voor de pijlen van F_w en $F_{zw,\parallel}$.

De grootten van F_n en F_w kun je bepalen door een kracht op te meten en de schaalfactor te gebruiken. In deze situatie kun je de grootten ook berekenen. F_{zw} en $F_{zw,\perp}$ vormen de zijden van een rechthoekige driehoek. De hoek tussen F_{zw} en $F_{zw,\perp}$ is gelijk aan 13° . Dat is de hoek tussen de helling en het horizontale vlak. Er geldt:



Figuur 3.48



Figuur 3.49

$$\cos(13^\circ) = \frac{F_{zw,||}}{F_{zw}}$$

$$\cos(13^\circ) = \frac{F_{zw,\perp}}{F_{zw}}$$

Omdat $F_n = F_{zw,\perp}$ en $F_{zw} = 1,52 \cdot 10^3$ N geldt:

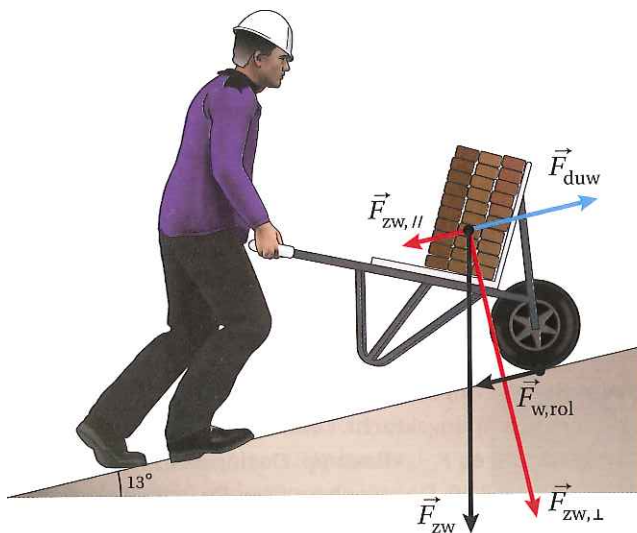
$$F_n = F_{zw} \cos(13^\circ)$$

$$F_n = 1,52 \cdot 10^3 \times \cos(13^\circ)$$

$$F_n = 1,48 \cdot 10^3$$

Op dezelfde manier kun je vaststellen dat de wrijvingskracht een grootte heeft van 342 N.

Na de lunchpauze duwt de bouwvakker de kruiwagen met een constante snelheid langs de helling omhoog. Op de kruiwagen werken nu de normaalkracht, de zwaartekracht, de rolweerstandskracht en de duwkracht van de bouwvakker. Om de kracht van de bouwvakker te bepalen, kijk je alleen naar de krachten evenwijdig aan de helling. Dit zijn de rolweerstandskracht en de component van de zwaartekracht langs de helling. De rolweerstandskracht heeft in dit geval een grootte van 43 N. In figuur 3.50 zijn deze krachten, niet op schaal, getekend.



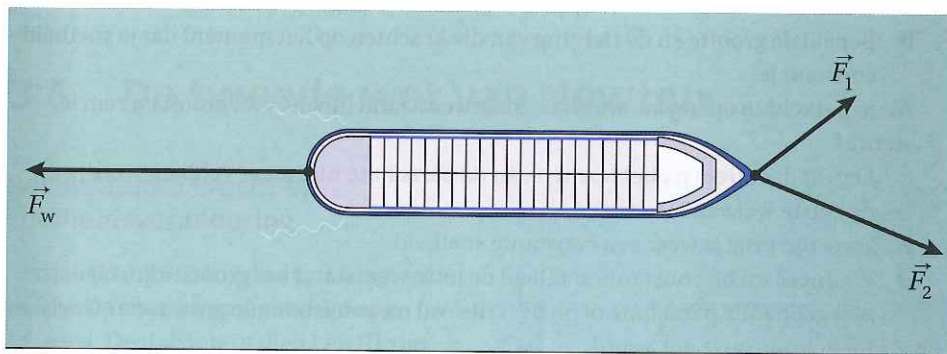
Figuur 3.50

De kruiwagen gaat omhoog, dus de richting van de rolweerstandskracht is langs de helling omlaag. De duwkracht van de bouwvakker is nu net zo groot als de component $F_{zw,||}$ en de rolweerstandskracht samen. Uit de vorige situatie bleek dat de component $F_{zw,||} = 342$ N. De duwkracht van de man is dus gelijk aan $342 + 43 = 385$ N.

Opgaven

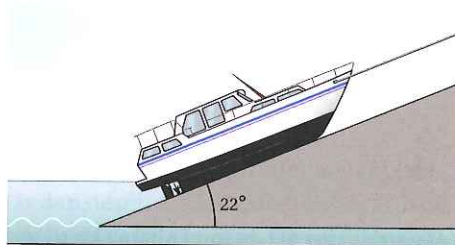
- 21 Hierna is een aantal situaties beschreven.
- a Schrijf van iedere situatie op wat het gevolg van de krachtwerking is.
 - b Schrijf van iedere situatie op of de eerste wet van Newton geldt.
- I Een fietser rijdt zonder te trappen een heuvel op.
 - II Peter houdt een glas boven de grond.
 - III Peter laat het glas los.
 - IV Het glas valt op de grond in stukken.
 - V Een speelgoedtrein rijdt met een constante snelheid door een bocht.

- werkbld 22 Twee sleepboten trekken een vrachtschip de haven binnen. In figuur 3.51 zijn de krachten van de sleepboten en de wrijvingskracht op schaal getekend. Bepaal met een constructie of het vrachtschip eenparig rechtlijnig beweegt.



Figuur 3.51

- werkbld 23 In figuur 3.52 wordt een boot via een helling uit het water getrokken. De massa van de boot is 129 kg. De boot beweegt met constante snelheid de helling op. De wrijvingskracht die de helling uitoefent bedraagt 153 N. Bepaal de grootte van de spankracht in de kabel.



Figuur 3.52

- hulplad 24 Jonas trekt zijn kleine zusje van 35,2 kg voort op een slee van 4,5 kg. In figuur 3.53 zie je een schematische afbeelding van de situatie. De schuifwrijvingscoëfficiënt bedraagt 0,32.

- Toon aan dat de normaalkracht op de slee 55 N kleiner is dan de totale zwaartekracht op de slee en het zusje samen.
- Beweegt de slee eenparig? Licht je antwoord toe met een berekening.



Figuur 3.53

- 25 Als je gaat parachutespringen, begin je met een 'vrije val'. Na korte tijd val je met een constante snelheid naar de aarde. Je massa mét parachute bedraagt 75 kg.
- Welke krachten werken er op jou, samen met je ongeopende parachute?
 - Bepaal de grootte en de richting van die krachten op het moment dat je snelheid constant is.

Als je parachute opengaat, wordt de luchtweerstand ineens veel groter en rem je sterk af.

- Leg uit dat direct na het openen van de parachute niet meer voldaan wordt aan de eerste wet van Newton.

Na korte tijd krijg je weer een constante snelheid.

- Wanneer zal bij constante snelheid de luchtweerstand het grootst zijn; bij de val met geopende parachute of bij de 'vrije' val met ongeopende parachute? Geef een toelichting op je antwoord.

Bovenaan de glijbaan beweegt de jongen langzaam, maar onderaan heeft hij een behoorlijke snelheid. Op de jongen werkt een aantal krachten. Welk verband bestaat er tussen die krachten en de verandering van de snelheid?



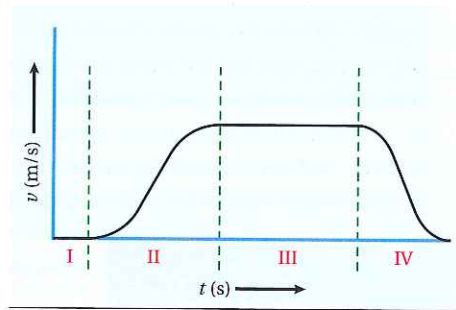
Figuur 3.54

3.6 De tweede wet van Newton

Resulterende kracht en snelheidsverandering

In figuur 3.55 zie je het (v, t) -diagram van de boot uit paragraaf 3.5 nog eens. De tijdsintervallen I en III zijn in paragraaf 3.5 behandeld. Als er geen resulterende kracht werkt, verandert de snelheid niet.

In de tijdsintervallen II en IV verandert de snelheid van de boot wel. Er werkt dan een resulterende kracht op de boot. De snelheid in tijdsinterval II neemt toe. De richting van de resulterende kracht is dan dezelfde als de richting waarin de boot beweegt. In tijdsinterval IV neemt de snelheid van de boot af. De versnelling is daar negatief. De richting van de resulterende kracht is dan tegengesteld aan de bewegingsrichting van de boot.

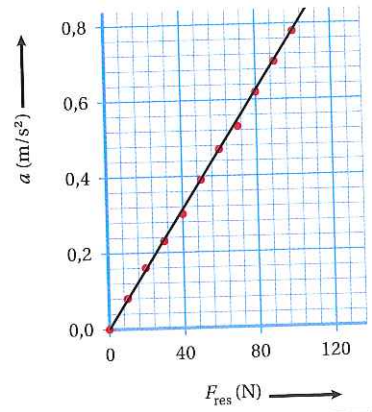


Figuur 3.55

▶ applet
Tweede wet
van Newton

Verband tussen resulterende kracht en versnelling

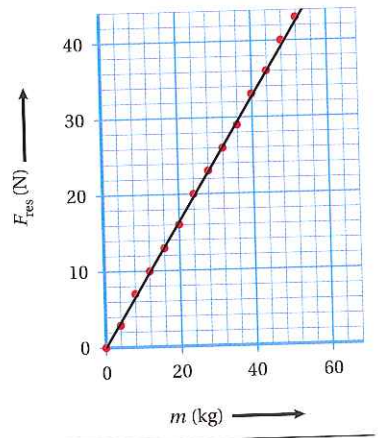
De snelheidsverandering per seconde noem je de versnelling. In figuur 3.56 zie je het verband tussen de versnelling van de boot en de resulterende kracht op de boot. Als de resulterende kracht twee keer zo groot wordt, wordt de versnelling ook twee keer zo groot. Het verband tussen de resulterende kracht en de versnelling is dus recht evenredig.



Figuur 3.56

Verband tussen resulterende kracht en massa

In figuur 3.57 zie je een auto en een winkelwagentje. Je krijgt het winkelwagentje gemakkelijker in beweging. Om de auto dezelfde versnelling te geven als het winkelwagentje moet je een veel grotere kracht uitoefenen. Dit komt doordat de auto een grotere massa heeft dan het winkelwagentje. Het diagram van figuur 3.58 geeft het verband aan tussen de massa en de resulterende kracht, als de versnelling constant is. Ook het verband tussen de resulterende kracht en de massa is dus recht evenredig.



Figuur 3.58



Figuur 3.57

De tweede wet van Newton

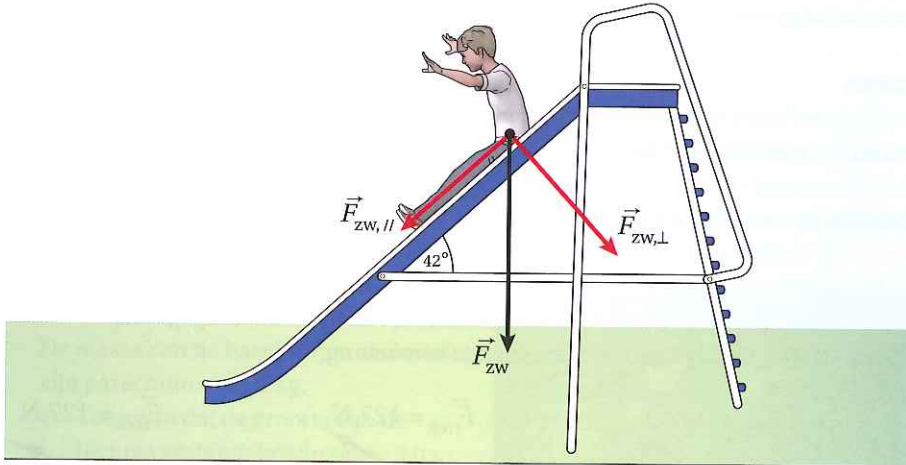
Er is dus een verband tussen de resulterende kracht op een voorwerp, de massa van dat voorwerp en de versnelling die dat voorwerp heeft. Dit verband heet de **tweede wet van Newton**: In formulevorm luidt de tweede wet van Newton:

$$\vec{F}_{\text{res}} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

- \vec{F}_{res} is de resulterende kracht in N.
- m is de massa in kg.
- \vec{a} is de versnelling in m/s^2 .

Wrijving op de glijbaan

Figuur 3.59 is een tekening van de jongen op de glijbaan. Op de jongen werkt een aantal krachten. De aarde oefent zwaartekracht uit en de glijbaan normaalkracht. De normaalkracht werkt loodrecht op de glijbaan en heeft daardoor geen invloed op de snelheid. De glijbaan oefent ook schuifwrijvingskracht uit op de jongen. De jongen glijdt langs de glijbaan omlaag. De wrijvingskracht werkt dan langs de glijbaan omhoog.



Figuur 3.59

In figuur 3.59 is de zwaartekracht getekend en ontbonden in zijn componenten. De resulterende kracht wordt gevormd door de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de glijbaan en de wrijvingskracht. Er geldt:

$$F_{\text{res}} = F_{z_{w,||}} - F_w$$

Weet je de massa en de versnelling dan kun je niet alleen de resulterende kracht berekenen maar ook de wrijvingskracht.

Voorbeeld

De jongen heeft een massa van 37 kg en krijgt een versnelling van $4,3 \text{ m/s}^2$.

De resulterende kracht op de jongen is gelijk aan $F_{\text{res}} = m \cdot a = 37 \times 4,3 = 159 \text{ N}$.

Voor de component evenwijdig aan de glijbaan geldt:

$$\sin(42^\circ) = \frac{F_{z_{w,||}}}{F_{z_w}}$$

De zwaartekracht op de jongen is $F_{z_w} = m \cdot g = 37 \times 9,81 = 363 \text{ N}$.

De component $F_{z_{w,||}}$ is dan 243 N.

$$F_{\text{res}} = F_{z_{w,||}} - F_w$$

$$159 = 243 - F_w$$

$$F_w = 84 \text{ N}$$

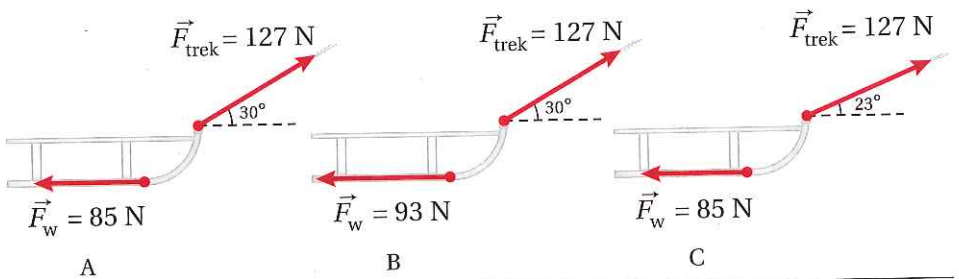
Traagheid

De eerste wet van Newton kun je ook als volgt formuleren. Een voorwerp heeft de neiging de toestand van rust, of de toestand van eenparig bewegen, te handhaven. Het is alsof het voorwerp zich verzet tegen een snelheidsverandering. Deze eigenschap heet de **traagheid** van het voorwerp.

Je zegt ook wel: 'Massa is traag.' Dat betekent: hoe groter de massa van een voorwerp is, des te moeilijker is het op gang te brengen of juist af te remmen. Een tennisbal geef je gemakkelijker een snelheid van 25 km/h dan een bowlingbal. De tennisbal is ook gemakkelijker te vangen dan de bowlingbal.

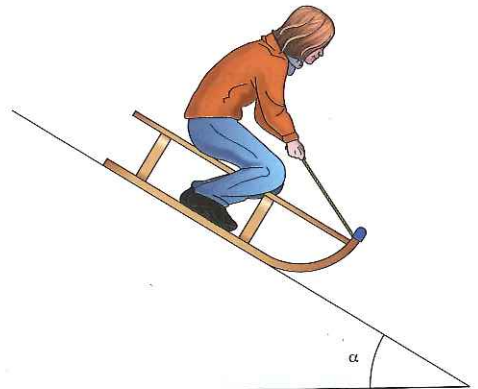
Opgaven

- 26 De motor van een motorboot met een massa van 1031 kg zorgt voor een voorwaartse kracht van 6,01 kN. De wrijvingskracht op de boot bedraagt 658 N. Bereken de versnelling van de boot.
- **hulpblad** 27 In figuur 3.60 zie je drie keer dezelfde slee met een trekkracht. In alle tekeningen zijn de wrijvingskracht, de trekkracht en de steilheid van het touw aangegeven. Zet de sleetjes in volgorde van toenemende versnelling.



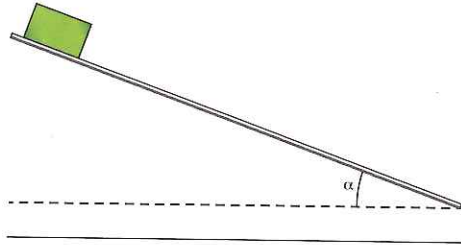
Figuur 3.60

- **werkblad** 28 Margreet glijdt op haar slee met een versnelling van $3,0 \text{ m/s}^2$ een helling af. Zie figuur 3.61. De massa van Margreet en haar slee samen is 41 kg. Margreet ondervindt een tegenwerkende kracht van 90 N.
- Toon aan dat de component van de zwaartekracht evenwijdig aan de glijbaan gelijk is aan $2,1 \cdot 10^2 \text{ N}$.
 - Bereken de hellingshoek α .



Figuur 3.61

29 Een blokje van 125 gram ligt op een plank. Zie figuur 3.62. Wanneer je de plank kantelt, begint vanaf $\alpha = 25^\circ$ het blokje naar beneden te glijden. Jos concludeert daaruit dat bij $\alpha = 25^\circ$ de maximale waarde van de schuifwrijvingskracht gelijk is aan de component van de zwaartekracht langs de helling.



Figuur 3.62

- Leg dit uit.
- Bereken de schuifwrijvingscoëfficiënt.

► **werkblad** 30 Figuur 3.63 is een foto van basejumper. Zo'n parachutist springt vanaf een hoog gebouw in plaats van uit een vliegtuig. In figuur 3.64 staat het (v,t) -diagram van een sprong.

- Vlak voor het moment dat hij zijn parachute opent, is de luchtweerstandskracht kleiner dan de zwaartekracht. Leg uit hoe dit uit het diagram blijkt.
- Toon aan dat de versnelling op $t = 3,0$ s gelijk is aan $-5,1 \text{ m/s}^2$.

De massa van de basejumper inclusief zijn parachute was 82 kg .

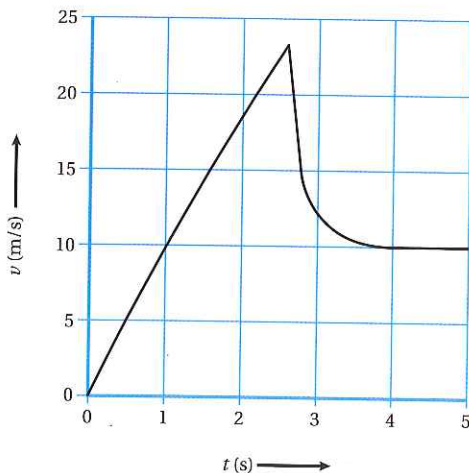
- Toon aan dat de grootte van de luchtweerstandskracht op $t = 3,0$ s gelijk is aan $1,2 \cdot 10^3 \text{ N}$.

De parachute die de basejumper gebruikt, is rechthoekig en is $3,5 \text{ m}$ lang en $4,5 \text{ m}$ breed.

- Bereken de luchtweerstandcoëfficiënt van de parachute.

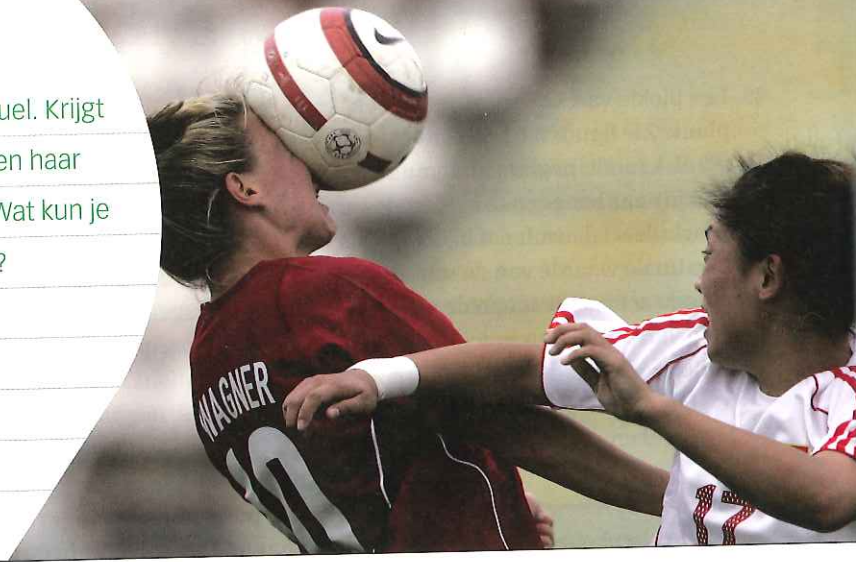


Figuur 3.63



Figuur 3.64

Hiernaast zie je een kopduel. Krijgt de voetbalster de bal tegen haar hoofd of kopt zij de bal? Wat kun je zeggen over de krachten?



Figuur 3.65

3.7 De derde wet van Newton

Krachten in paren

De wisselwerking tussen twee krachten kun je onderzoeken met twee krachtmeters. Je haakt de meters aan elkaar en trekt ze vervolgens een eindje uit elkaar. Zie figuur 3.66. Je ziet dat beide krachtmeters steeds een gelijke kracht aangeven, zelfs als je een grote en een wat kleinere krachtmeter gebruikt. Blijkbaar oefent krachtmeter A een kracht uit op krachtmeter B die even groot is als de kracht die krachtmeter B uitoefent op krachtmeter A. Bovendien geldt dat de richtingen van beide krachten tegengesteld zijn.



Figuur 3.66

Wanneer een voetbalster een kopbal maakt, dan oefent zij met haar hoofd een kracht uit op de bal. Tegelijkertijd komt de bal tegen haar hoofd aan. De bal oefent dus ook een kracht uit op het hoofd van de voetbalster. Deze twee krachten zijn altijd even groot en hebben een tegengestelde richting. Deze situatie is weergegeven in figuur 3.67.

Omdat de twee krachten even groot zijn en een tegengestelde richting hebben, zou je kunnen denken dat ze elkaar opheffen. Maar dat is in figuur 3.67 niet het geval. Dat komt omdat de twee krachten op verschillende voorwerpen werken.



Figuur 3.67

Krachten komen altijd in paren voor. Dat is de derde wet van Newton: oefent een voorwerp A een kracht uit op voorwerp B, dan oefent B gelijktijdig een even grote, maar tegengesteld gerichte kracht op A. In formulevorm is de derde wet van Newton:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

- \vec{F}_{AB} is de kracht die van A op B werkt.
- \vec{F}_{BA} is de kracht die van B op A werkt.

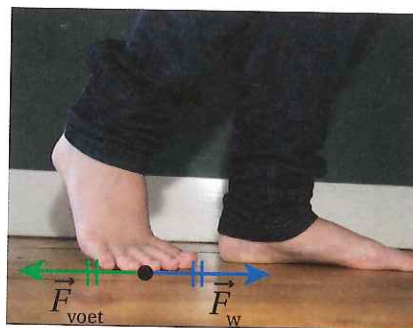
Er staan een minteken voor \vec{F}_{BA} om aan te geven dat beide krachten tegengesteld zijn gericht. \vec{F}_{AB} wordt vaak de actiekracht genoemd en \vec{F}_{BA} de reactiekracht. De woorden actie en reactie zijn ongelukkig gekozen. Je krijgt dan misschien de indruk dat de reactiekracht het gevolg is van de actiekracht. Maar dat klopt niet: beide krachten zijn er tegelijkertijd.

Volgens de derde wet van Newton komt een kracht nooit alleen voor. Altijd hoort bij een kracht op het ene voorwerp een even grote, tegengestelde kracht op een ander voorwerp.

Voorbeelden

Wanneer je met je duim op de punt van een potlood drukt, voel je dat de potloodpunt ook tegen je duim drukt.

Ook wanneer je loopt geldt de derde wet van Newton. Met je achterste voet zet je je af tegen de vloer. Je oefent daarbij op de vloer een kracht uit die naar achteren is gericht. Zie figuur 3.68. Tegelijkertijd oefent de vloer een even grote kracht uit, naar voren gericht, op je voet. Die kracht is de schuifwrijvingskracht. Zonder deze kracht kun niet lopen. Op glad ijs kun je nauwelijks lopen omdat de schuifwrijvingskracht zeer klein is.



Figuur 3.68

Als je een baksteen loslaat, trekt de aarde aan de baksteen.

Daardoor krijgt de baksteen een versnelling en valt naar beneden. Volgens de derde wet van Newton trekt de baksteen met dezelfde kracht aan de aarde. De aarde krijgt dus een versnelling richting de baksteen.

Deze versnelling is zeer klein omdat de massa van de aarde veel groter is dan de massa van de baksteen. Je merkt dus niets van de beweging van de aarde richting de baksteen.

Gewicht, massa en zwaartekracht

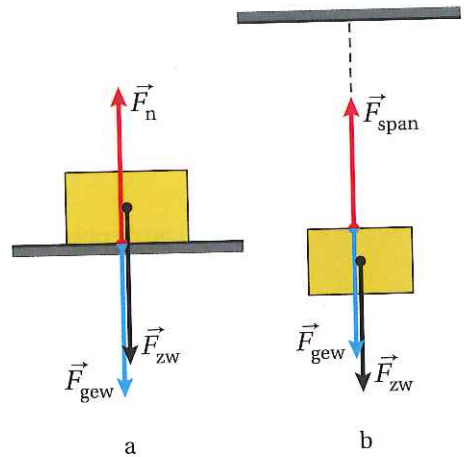
De woorden 'gewicht' en 'massa' worden vaak door elkaar gebruikt. Natuurkundig zijn het echter twee verschillende begrippen. Een voorwerp heeft massa vanwege alle atomen waaruit het is opgebouwd. Als je een baksteen van de aarde naar de maan vervoert, dan bestaat de baksteen nog steeds uit evenveel atomen. De massa van de baksteen is dus op de maan gelijk aan de massa op de aarde.

Als een baksteen op tafel ligt, werken er twee krachten op de baksteen: de zwaartekracht en de normaalkracht. Omdat de baksteen stilligt, zijn deze krachten aan elkaar gelijk en tegengesteld gericht. Deze twee krachten zijn geen krachtenpaar omdat ze op hetzelfde voorwerp werken. Volgens de derde wet van Newton is er dus nog een kracht die een krachtenpaar vormt met de normaalkracht. Deze kracht noem je de gewichtskraft F_{gew} . De gewichtskraft is de kracht die de baksteen op de tafel uitoefent. Deze kracht is gelijk aan de normaalkracht maar tegengesteld gericht. In figuur 3.69a zijn de drie krachten getekend.

De kracht die met de zwaartekracht een krachtenpaar vormt, is niet getekend.

De kracht die de baksteen uitoefent op de aarde heeft namelijk zijn aangrijpingspunt in het midden van de aarde.

Als de baksteen aan een touw hangt, dan vormen de gewichtskraft en de spankracht een krachtenpaar. Omdat de gewichtskraft een krachtenpaar vormt met de spankracht, zijn deze twee aan elkaar gelijk. Zie figuur 3.69b. Op de baksteen werken de spankracht en zwaartekracht. Omdat het blokje stilhangt, zijn ook deze twee krachten aan elkaar gelijk.



Figuur 3.69

De gewichtskraft noem je vaak gewicht. Dat betekent dat gewicht een kracht is en dus als eenheid newton heeft. Gewicht is de kracht van een voorwerp op een steunvlak maar ook de kracht van een voorwerp op een touw.

Voorbeeld

De zwaartekrachtversnelling op aarde is gelijk aan $9,81 \text{ m/s}^2$. Op de maan is de zwaartekrachtversnelling gelijk aan $1,63 \text{ m/s}^2$. Als je een baksteen van de aarde naar de maan vervoert, is de verhouding tussen de zwaartekracht op de aarde en de zwaartekracht op de maan:

$$\frac{F_{z\text{v,aarde}}}{F_{z\text{v,maan}}} = \frac{m \cdot g_{\text{aarde}}}{m \cdot g_{\text{maan}}} = \frac{9,81}{1,63} = 6,02$$

Als de baksteen op de maan ligt, is het gewicht van de baksteen dus 6,02 keer zo klein als op aarde. Maar de massa van de baksteen is op de maan gelijk aan de massa op de aarde.

Gewichtsloosheid

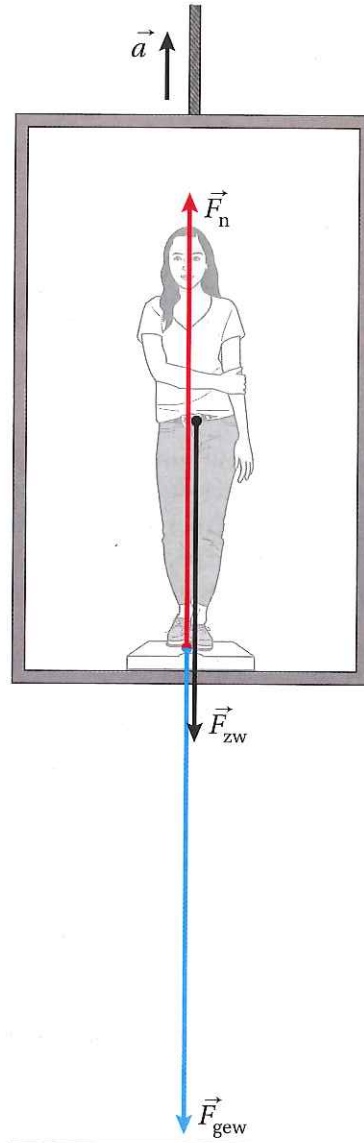
Als je in een lift op een weegschaal staat, werken twee krachten op je: de normaalkracht en de zwaartekracht. Staat de lift stil dan zijn deze twee krachten volgens de eerste wet van Newton aan elkaar gelijk. Volgens de derde wet van Newton is je gewicht gelijk aan de normaalkracht; in deze situatie is je gewicht dus gelijk aan de zwaartekracht.

Zodra de lift naar boven begint te bewegen, dus versneld naar boven gaat, ondervind je een resulterende kracht. Volgens de tweede wet van Newton is de normaalkracht dan groter dan de zwaartekracht. Zie figuur 3.70. Omdat je gewicht volgens de derde wet van Newton gelijk is aan de normaalkracht, zal de weegschaal een groter gewicht aangeven dan je zwaartekracht.

Als je in een lift staat die 'optrekt' naar boven, voel je je 'zwaarder worden' in de benen. Als de lift boven aankomt en afremt, is de normaalkracht kleiner dan de zwaartekracht. De weegschaal geeft dan een kleiner gewicht aan. Dit effect voel je ook in de lift.

Als de kabel waaraan de lift hangt breekt, dan valt de lift met de valversnelling.

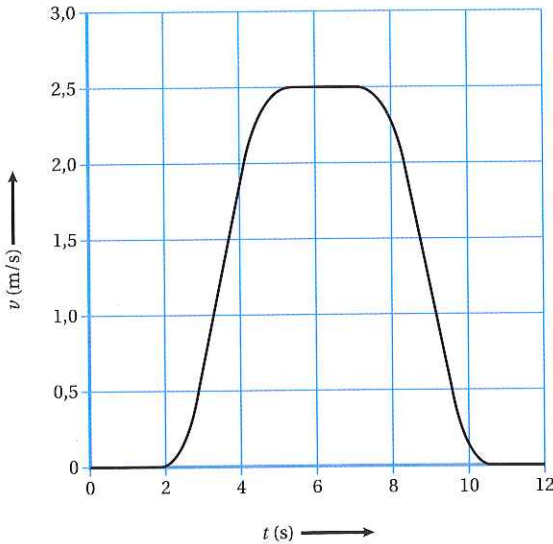
Dan werkt op jou een resulterende kracht die zorgt voor de valversnelling. Dat is dus de zwaartekracht. Er werkt geen normaalkracht meer op je en de weegschaal geeft geen gewicht aan. Je bent dan gewichtsloos.



Figuur 3.70

Opgaven

- **werkblad** 31 Inez staat in een lift. Haar massa bedraagt 53 kg. De lift heeft een massa van 205 kg. Van de beweging van de lift is een (v, t) -diagram gemaakt. Zie figuur 3.71.



Figuur 3.71

- Noem drie intervallen waarop $\vec{F}_{\text{gew, Inez}} = \vec{F}_{\text{zw, Inez}}$.
- Toon aan dat de versnelling van de lift op $t = 9,0$ s gelijk is aan $-1,3$ m/s².
- Bereken het gewicht van de Inez op $t = 9,0$ s.

- **werkblad** 32 Jurgen heeft een massa van 90 kg en zit in zijn Mazda 3 MPS.

- Construeer de kracht die de autostoel uitoefent op Jurgen als hij stilstaat. Neem als schaal $1 \text{ cm} \triangleq 200 \text{ N}$.

Jurgen geeft vol gas en wordt daardoor tegen de stoelleuning gedrukt. Hij versnelt van 0 tot 100 km/h in 6,6 s. Neem aan dat de versnelling eenparig is.

- Toon aan dat de kracht die de stoelleuning op Jurgen uitoefent gelijk is aan $3,8 \cdot 10^2$ N.
- Bepaal de totale kracht die de autostoel op Jurgen uitoefent tijdens het optrekken.

Later rijdt Jurgen met een constante snelheid op de snelweg.

- Leg aan de hand van de wetten van Newton uit dat dan de rolweerstandskracht en de luchtweerstandskracht samen gelijk is aan de schuifwrijvingskracht van de banden op de weg.



Figuur 3.72

33 Figuur 3.73 is het (v,t) -diagram van de start van een sprint. Tijdens de start zet de sprinter zich af tegen het startblok. De massa van de sprinter is 53 kg.

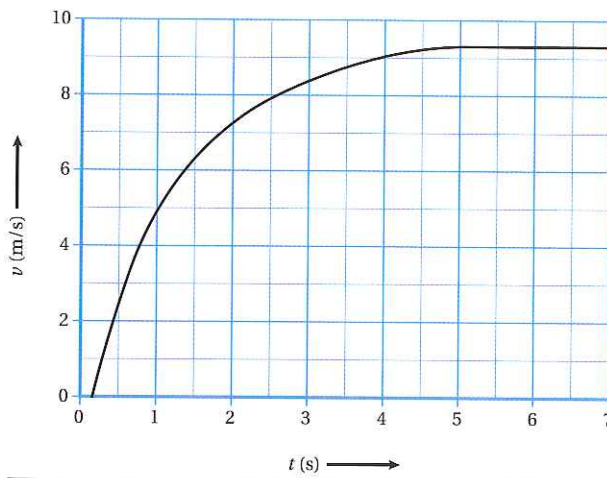
- a Bepaal de maximale kracht die het startblok op de sprinter uitoefent.

Vanaf $t = 5,0$ s is de snelheid van het lichaam van de sprinter constant. De snelheid van zijn benen is echter niet constant.

- b Leg aan de hand van de wetten van Newton uit dat de tegenwerkende krachten op de sprinter vanaf $t = 5,0$ s kleiner zijn dan de schuifwrijvingskracht van de schoenen van de sprinter op de baan.

Sommige sporters missen hun onderbenen en hebben kunstbenen. Zij zijn in staat om concurrerende tijden neer te zetten, ondanks hun handicap. Yuna denkt dat sprinters met kunstbenen minder kracht moeten leveren dan 'gewone' sprinters om dezelfde versnelling te krijgen.

- c Leg uit dat Yuna gelijk heeft.



Figuur 3.73

- 34 Op een tafel ligt een boek. Je vergelijkt de grootheden gewicht van het boek en de normaalkracht op het boek met elkaar.
- a Wat geldt er altijd als je kijkt naar hun grootte? En als je kijkt naar hun richting? Natuurkundig gesproken is 'het gewicht van het boek is 0,25 kg' niet juist.
- b Waarom is die uitdrukking niet juist?
- c Pas de uitdrukking zodanig aan dat hij natuurkundig gesproken wel correct is.

35 Je houdt een baksteen met een massa van 1,7 kg vast.

- a Bereken het gewicht van de baksteen.

Vervolgens gooi je de baksteen recht omhoog. Tijdens het weggoaien versnel je de baksteen met $5,0 \text{ m/s}^2$.

- b Bereken de kracht van je hand op de baksteen tijdens het weggoaien.

- c Bereken het gewicht van de baksteen tijdens het weggoaien.

De volgende vraag gaat over het gewicht van de baksteen als deze de hand verlaten heeft en nog niet de grond geraakt heeft.

- d Verandert het gewicht van de baksteen tijdens de beweging omhoog en omlaag?

Tijdens het contact van de vloer neemt de snelheid van de baksteen af.

- e Is de kracht die de vloer op de baksteen uitoefent tijdens het afremmen groter dan, kleiner dan of gelijk aan de zwaartekracht op de baksteen? Licht je antwoord toe.

Een parachutist speelt met de luchtweerstand: door zich groter en kleiner te maken, ondervindt hij weinig of juist veel luchtweerstand. Zo beweegt hij ten opzichte van zijn medespringers. Hoe kun je met een model de valbeweging van een parachutist voorspellen?



Figuur 3.74

3.8 Een model met krachten

Grafisch modelleren

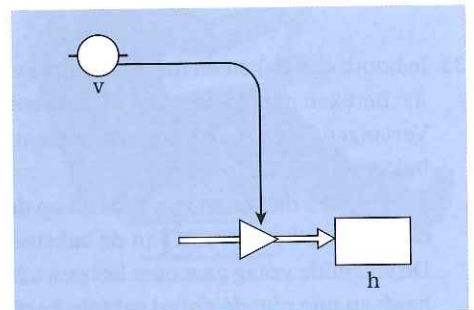
In paragraaf 2.6 is het principe van numerieke natuurkunde besproken aan de hand van een tekstmodel. De meeste programma's werken ook met een grafisch model.

Voorbeeld

De laatste 100 m daalt een parachutist met een constante snelheid van 5,0 m/s. In tabel 3.1 zie je het tekstmodel en in figuur 3.75 het grafisch model van deze beweging. Het minteken bij de startwaarde van v zorgt ervoor dat de hoogteverandering dh in modelregel 1 een negatieve waarde krijgt. Daardoor neemt in modelregel 2 de hoogte af.

Regel	Modelregels	Startwaarden
1	$dh := v * dt$	$dt = 1,0 \text{ 's}$
2	$h := h + dh$	$v = -5,0 \text{ 'm/s}$
3	$t := t + dt$	$h = 100 \text{ 'm}$
		$t = 0 \text{ 's}$

Tabel 3.1



Figuur 3.75

De gebogen pijl in het grafische model noem je een relatiepijl. Daarmee zie je in één oogopslag welke grootheden elkaar beïnvloeden. In figuur 3.75 geeft de **relatiepijl** aan dat de snelheid zorgt voor een verandering van de hoogte.

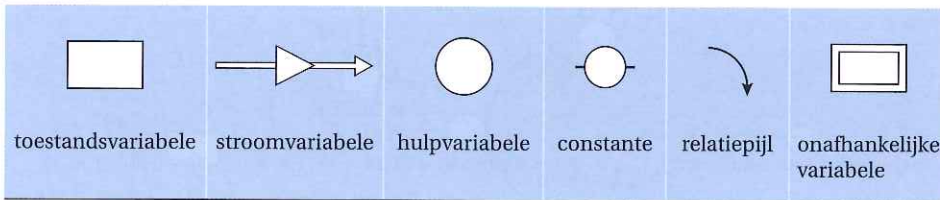
Constanten en variabelen

Sommige grootheden veranderen niet tijdens een skydive: de massa van de skydiver, de luchtweerstandscoefficiënt en de valversnelling. Dergelijke grootheden noem je **constanten**. Er zijn ook grootheden die wel veranderen: **variabelen**. Denk aan de tijd, de hoogte, de luchtweerstandskracht en de versnelling.

De tijd is een **onafhankelijke variabele**. Alleen de eenheid ervan kun je veranderen. De luchtweerstandskracht bereken je met een formule. Zo'n variabele noem je een **hulpvariabele**.

Een variabele waarvan je de verandering berekent, heet een **stroomvariabele**. Voor de hoogteverandering geldt namelijk $dh := v \cdot dt$.

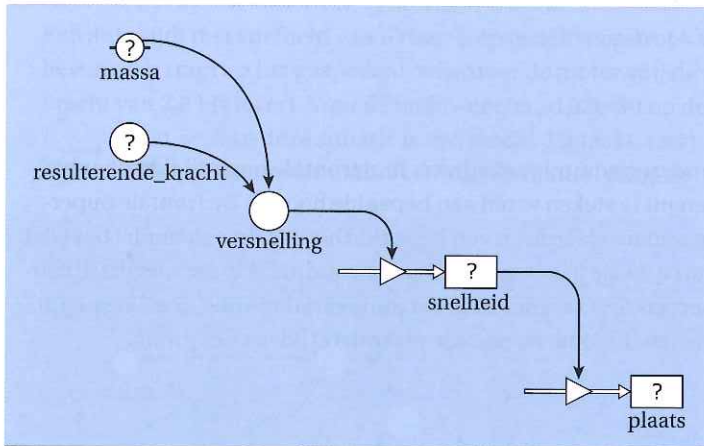
De grootheid die je berekent met behulp van een stroomvariabele, noem je een **toestandsvariabele**. Bij de skydive is dat de hoogte. In figuur 3.76 staan de grafische symbolen van constanten en variabelen in Coach 6.



Figuur 3.76

Algemeen bewegingsmodel

In figuur 3.78 zie je een algemeen bewegingsmodel.



Figuur 3.77

In zo'n model kom je altijd de volgende onderdelen tegen.

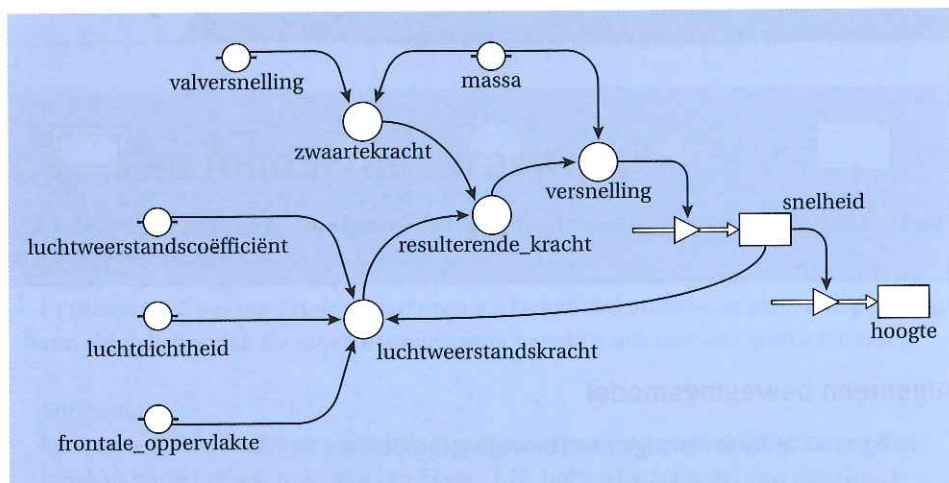
- De plaats verandert door de snelheid: $x := x + v \cdot dt$
- De snelheid verandert door de versnelling: $v := v + a \cdot dt$

- De versnelling wordt berekend met de resulterende kracht en de massa: $a = \frac{F_{res}}{m}$.

Aan de symbolen in het model zie je dat de massa een constante is en de resultante kracht een hulpvariabele. De resulterende kracht wordt berekend uit een aantal krachten. Deze krachten moet je dan nog opnemen in het model. Je ziet ook dat er een vraagteken staat in de plaats, de snelheid, de massa en de resultante kracht. Dat komt omdat er informatie ontbreekt. Deze informatie is afhankelijk van de situatie die je wilt modelleren.

Voorbeeld

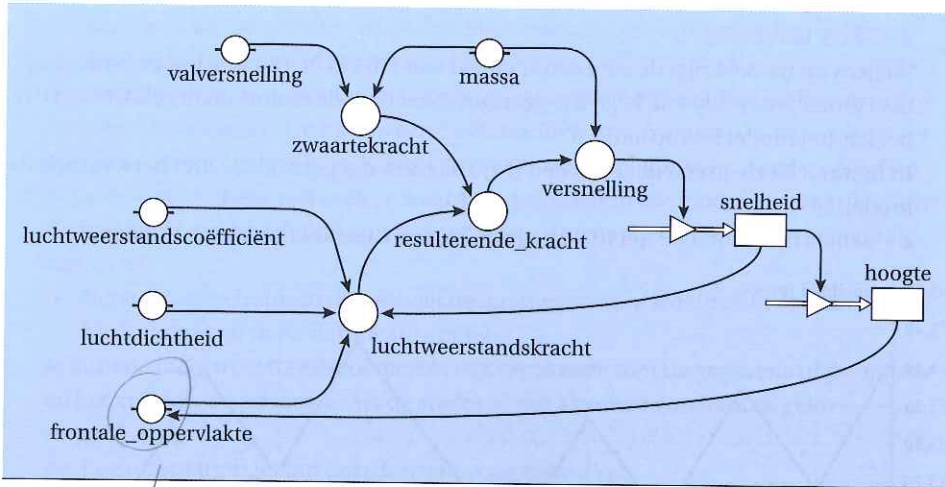
Een vereenvoudigd model van de valbeweging van een skydiver staat in figuur 3.78. In dit model geldt $F_{\text{res}} = F_{\text{zw}} - F_{\text{w,lucht}}$ met $F_{\text{zw}} = m \cdot g$ en $F_{\text{w,lucht}} = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$. Op diverse plaatsen ontbreken nog gegevens. Dit kunnen startwaarden zijn maar ook condities.



Figuur 3.78

Conditie

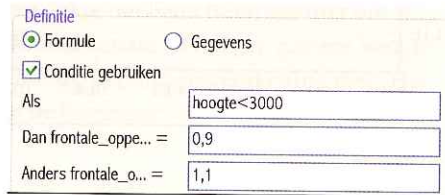
Tijdens een val veranderen sommige skydivers hun frontale oppervlakte door bijvoorbeeld hun armen uit te steken vanaf een bepaalde hoogte. De frontale oppervlakte krijgt dan een andere waarde op een bepaalde hoogte. In een model heet dat een conditie. In figuur 3.79 zie je het model waar de conditie is toegevoegd. De constante frontale oppervlakte is veranderd in een hulpvariabele met dezelfde naam. Het is geen constante meer omdat de waarde verandert tijdens de sprong.



Figuur 3.79

↳ moet hulpvariabele zijn

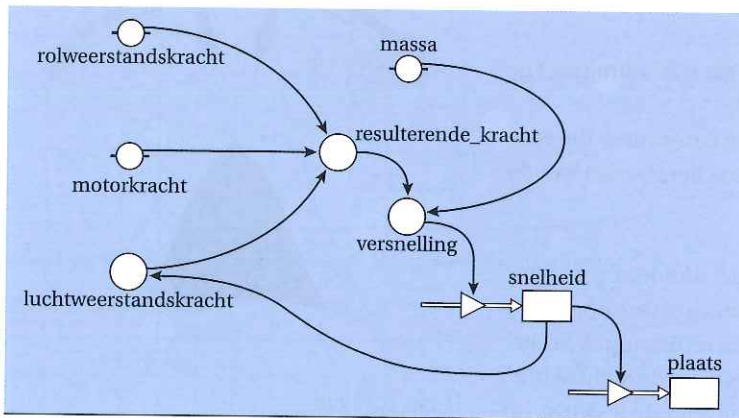
In figuur 3.79 zie je aan de relatiepijl dat de frontale_oppevlakte afhankelijk is van de hoogte. In figuur 3.80 staat de conditie waarin de skydiver op een hoogte van 3000 m zijn frontale_oppevlakte vergroot van 0,9 m² naar 1,1 m².



Figuur 3.80

Opgaven

- werkblad** 36 Gebruik het model *auto.cma* bij het beantwoorden van deze opgave. Een auto rijdt met snelheid van 60 km/h op een invoegstrook van een snelweg. De bestuurder trapt op het gaspedaal, waardoor de motor van de auto een constante kracht van 2,3 kN levert. Voor de luchtweerstandskracht op de auto geldt $F_{w,lucht} = 0,90 \cdot v^2$. Van deze situatie is een model gemaakt. Het modelvenster zie je in figuur 3.81. Aan het model ontbreken nog een aantal dingen.



F_{rol} = 300 N
m = 2000 kg

Figuur 3.81

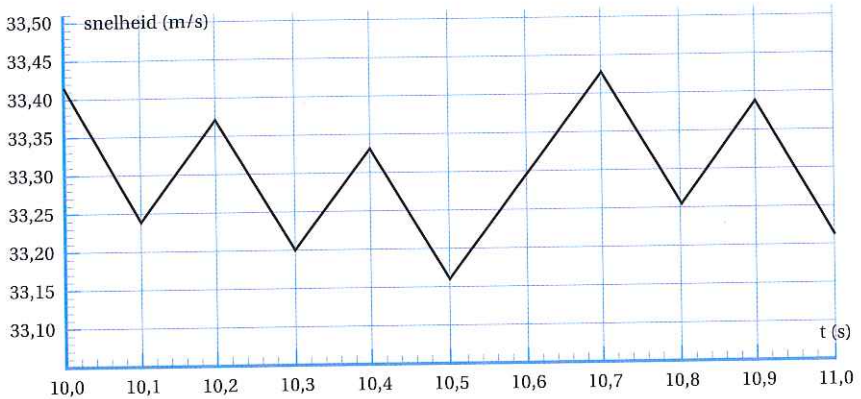
a Maak het model af.

Volgens dit model krijgt de auto een snelheid van 170 km/h. Dat is te hoog. Als de snelheid groter is dan 120 km/h, geef je geen gas meer en is de motorkracht gelijk is aan 0 N.

b Pas het model hierop aan.

In figuur 3.82 zie je een deel van een (v,t) -diagram dat gemaakt is met het aangepaste model.

c Schets in figuur 3.82 het (v,t) -diagram bij een twee keer zo kleine tijdstap.



Figuur 3.82

37 Gebruik het model *skydive.cma* bij het beantwoorden van deze opgave.

De luchtdichtheid op grote hoogte is lager dan aan het aardoppervlak. Met deze verandering wordt geen rekening gehouden in het model voor de skydive in figuur 3.78.

a Leg uit hoe je in figuur 3.78 kunt zien dat de luchtdichtheid niet verandert in het model.

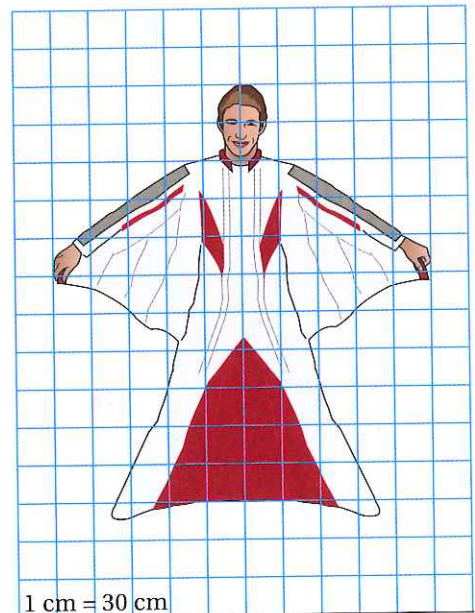
Sommige skydivers vallen met hun lichaam verticaal, andere horizontaal. Met een gegeven in het model kun je bepalen welke beweging in het model beschreven is.

b Bepaal of skydiver verticaal of horizontaal valt.

Dit model houdt geen rekening met de parachute.

c Noem de twee constanten die veranderen tijdens het openen van de parachute.

- **werkblad** 38 Gebruik het model *birdman.cma* bij het beantwoorden van deze opgave. Skydivers met een birdmanpak proberen zo lang mogelijk in de lucht te blijven. In afbeelding 3.83 zie je een skydiver in een birdmanpak.



Figuur 3.83

- a Toon aan dat de grootte van de frontaal oppervlakte van de skydiver in figuur 3.83 gelijk is aan $1,3 \text{ m}^2$.

Een eindsnelheid van $64,8 \text{ km/h}$ is de laagst gemeten eindsnelheid bij het springen met een birdmanpak. De luchtweerstandscoefficiënt van een birdmanpak is hoger dan in het model gebruikt is. Je kunt de grootte van de luchtweerstandscoefficiënt bepalen door telkens een andere waarde in te vullen in het model. De waarde die het dichtst bij de eindsnelheid komt is de correcte. De massa van de skydiver is gelijk aan 72 kg .

- b Bepaal met behulp van het model de luchtweerstandscoefficiënt van het birdmanpak in twee significante cijfers.

Je kunt de luchtweerstandscoefficiënt ook berekenen met de gegevens in de opgave en het antwoord op vraag a. Als de snelheid van skydiver constant is, geldt

$$m \cdot g = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2.$$

- c Leg uit waarom je dan deze formule mag gebruiken.

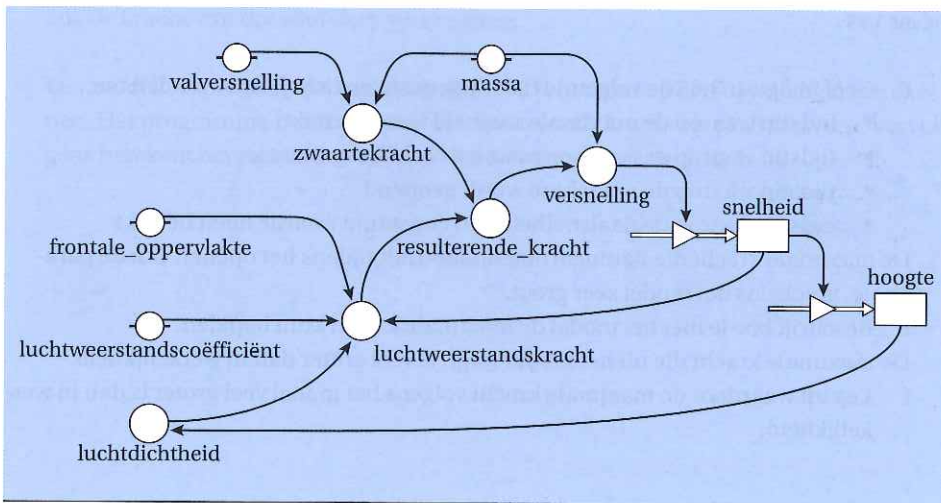
- 39 Gebruik het model *baumgartner.cma* bij het beantwoorden van deze opgave.

Door vanaf een hoogte van 39 km te springen, lukte het Felix Baumgartner om sneller te vallen dan de geluidssnelheid. De dichtheid van de lucht is op grotere hoogte lager dan op zeeniveau. Het huidige model houdt hier nog geen rekening mee. Het verband tussen de dichtheid van de lucht en de hoogte is:

$$\rho_{\text{lucht}} = 1,293 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{h}{5500}}$$

- ρ_{lucht} is de dichtheid van de lucht in kgm^3 .
- h is de hoogte in m .

In het model moet je drie dingen aanpassen: de constante luchtdichtheid veranderen in een hulpvariabele, de hoogte met een pijl verbinden met de luchtdichtheid en de formule invoeren in de hulpvariabele. Het modelvenster ziet er dan uit als in figuur 3.84.



Figuur 3.84

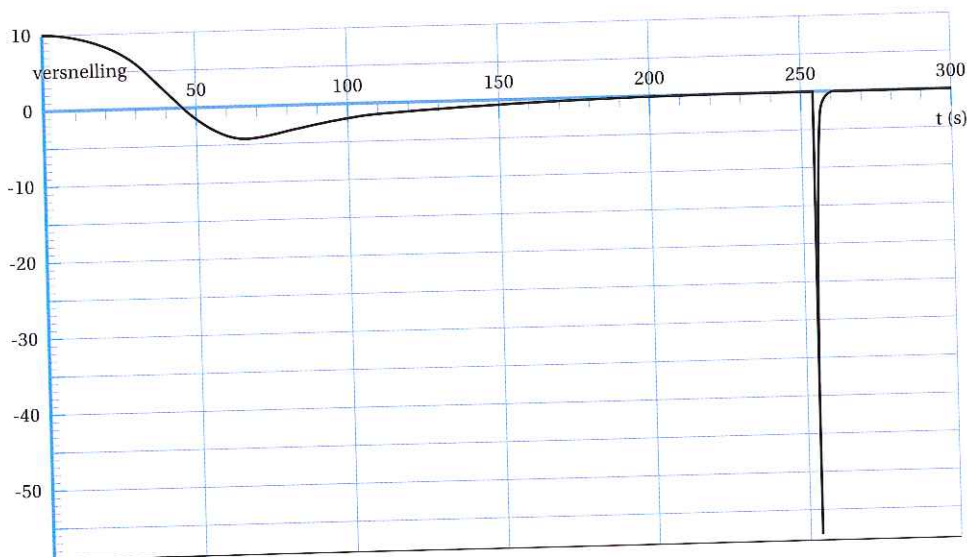
a Maak in het model de luchtdichtheid afhankelijk van de hoogte.
Met het model kun je de maximale snelheid van Baumgartner bepalen. Je moet dan de volgende gegevens in het model verwerken:

- De sprong begint op 39 km hoogte.
- De massa van Baumgartner met zijn bepakking is 120 kg.
- De luchtweerstandscoefficiënt is 0,80.
- De frontale oppervlakte is $0,75 \text{ m}^2$.

b Wat is volgens het model de maximale snelheid die Baumgartner zal bereiken?
Om veilig te landen, opent Baumgartner zijn parachute op een hoogte van 1,5 km. De luchtweerstandscoefficiënt is dan 0,90 en zijn frontale oppervlakte is $4,8 \text{ m}^2$. Deze condities zijn nog niet aan het model toegevoegd.

c Pas het model hierop aan.

Met dit model laat je Coach het (a,t)-diagram van figuur 3.85 tekenen.



Figuur 3.85

d Geef in figuur 3.85 de volgende tijdstippen aan en licht je antwoorden toe:

- tijdstip waarop de maximale snelheid wordt bereikt
- tijdstip waarop de luchtweerstandskracht het grootst is
- tijdstip waarop de parachute wordt geopend
- tijdstip waarop de daalsnelheid een constante waarde heeft bereikt

De maximale kracht die Baumgartner ondervindt tijdens het openen van de parachute, is volgens het model zeer groot.

e Beschrijf hoe je met het model de maximale kracht kunt bepalen.
De maximale kracht die uit het model volgt, is veel groter dan in werkelijkheid.

f Leg uit waardoor de maximale kracht volgens het model veel groter is dan in werkelijkheid.

3.9 Afsluiting

Samenvatting

In dit hoofdstuk heb je kennis gemaakt met een aantal krachten. Iedere kracht heeft een grootte, een richting, een aangrijpingspunt en een werklijn. Je mag een kracht langs zijn werklijn verschuiven.

Als er twee of meer krachten werken op hetzelfde voorwerp, kun je alle krachten samenstellen tot één resulterende kracht. De resulterende kracht heeft hetzelfde gevolg als de afzonderlijke krachten samen. Omgekeerd kun je een kracht ontbinden in twee componenten.

In een tekening op schaal kun je de grootte van een kracht bepalen met behulp van metingen en de schaalfactor. Als in de tekening een hoek van 90° te zien is, dan kun je grootte van een kracht berekenen door gebruik te maken van de stelling van Pythagoras, de sinus, cosinus of tangens.

Krachten zijn in evenwicht als de resulterende kracht gelijk is aan 0 N . Bij twee krachten betekent dit dat de krachten even groot zijn en in tegengestelde richting werken. Zijn drie krachten in evenwicht, dan is de resulterende kracht van twee krachten even groot en tegengesteld gericht aan de derde kracht.

Volgens de eerste wet van Newton werkt er geen resulterende kracht op een voorwerp, als dat voorwerp in rust, is of met constante snelheid beweegt.

De tweede wet van Newton geeft het verband tussen de resulterende kracht op een voorwerp, de massa van het voorwerp en de versnelling van dat voorwerp.

De derde wet van Newton geeft aan dat elke kracht behoort tot een krachtenpaar. Beide krachten zijn even groot maar de richting is tegengesteld.

Het gewicht van een voorwerp is de kracht van dat voorwerp op een steunvlak maar ook de kracht van dat voorwerp op een touw.

Een modelleerprogramma kan de invloed van krachten op een beweging doorrekenen. Het programma berekent eerst de resulterende kracht op een voorwerp. Vervolgens berekent het met de tweede wet van Newton de versnelling.

Gegevens die betrekking hebben op dit hoofdstuk

De formules die in dit hoofdstuk besproken zijn, staan hieronder bij elkaar.

zwaartekracht	$\vec{F}_{zw} = m \cdot \vec{g}$
veerkracht	$F_{veer} = C \cdot u$
maximale schuifwrijvingskracht	$F_{w,schuif,max} = f \cdot F_n$
luchtweerstandskracht	$F_{w,lucht} = c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$
tweede wet van Newton	$\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$
derde wet van Newton	$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

De formules kun je terugvinden in BINAS in tabel 35 A Meachnica.

Opgaven

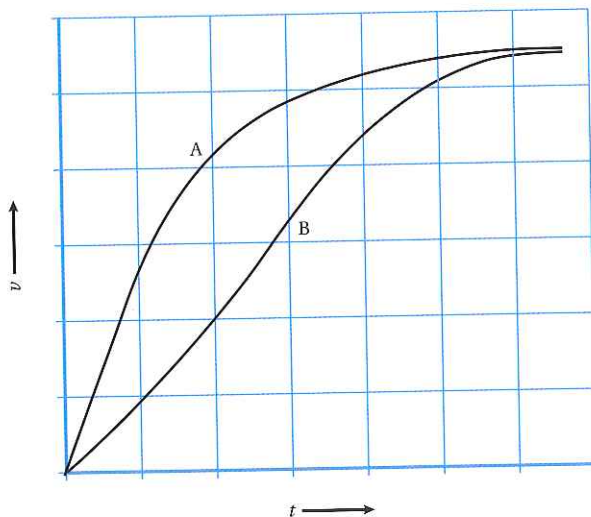
- **werkblad** 40 Een hijskraan tilt een ijzeren balk op.

Zie figuur 3.86. De balk hangt aan een kabel die door een elektromotor omhoog wordt getrokken. Als de spankracht in de kabel te groot is, kan de kabel breken. In het begin van het hijsen verandert de snelheid. In figuur 3.87 staan de (v,t) -grafieken van twee manieren van hijsen.

- a Leg uit welke manier je moet toepassen om te voorkomen dat de kabel breekt.



Figuur 3.86



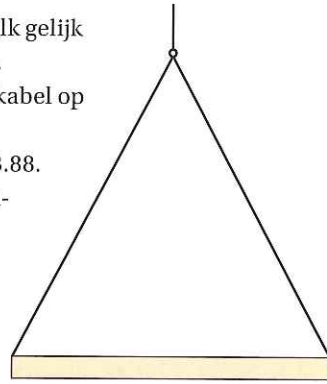
Figuur 3.87

Op een gegeven moment is de versnelling van de balk gelijk aan $1,8 \text{ m/s}^2$. De massa van de balk bedraagt 420 kg .

b Bereken de grootte van de spankracht in de hijskabel op dat moment.

Later hangt de balk stil aan twee kabels. Zie figuur 3.88.

c Bepaal door middel van een constructie de spankracht in elke kabel.



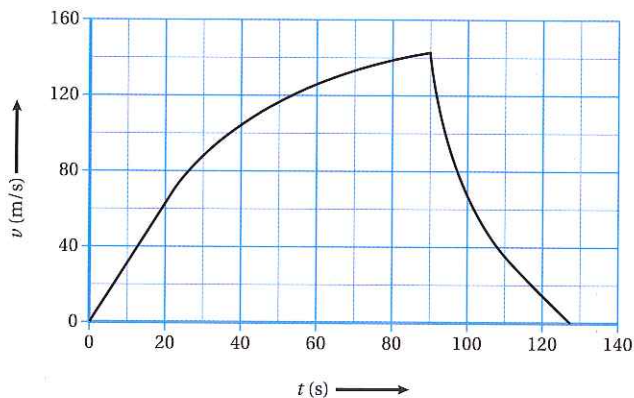
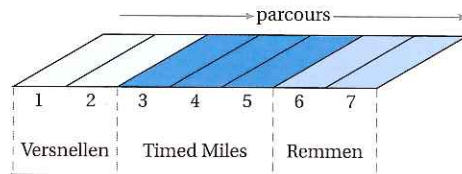
Figuur 3.88

De "Buckeye Bullet" is met bijna 500 km/h houder van het snelheidsrecord voor elektrische auto's. De wagen is gebouwd door studenten van de universiteit van Ohio (USA) en heeft een massa van 1740 kg . De recordrace werd gereden op een zoutvlakte in de staat Utah. Daar is een speciaal parcours uitgezet om snelheidsrecords te vestigen. Dit parcours is 7 mijl lang. Het eerste stuk (Versnellen) is om op te trekken. Op het tweede stuk (Timed Miles) wordt gemeten en het laatste stuk (Remmen) is om af te remmen. 1 mijl komt overeen met $1609,344 \text{ meter}$.



Figuur 3.89

Het verloop van de recordrace is vastgelegd met behulp van sensoren en een computer in de auto. Figuur 3.90 toont het (v,t) -diagram.

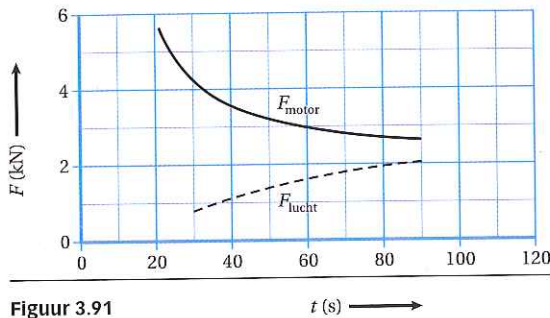


Figuur 3.90

Op de zoutvlakte hebben de banden minder grip dan op een gewone weg. Bij te fel optrekken kunnen de wielen daarom slippen en mislukt de recordpoging. Voor auto's als de Buckeye Bullet geldt op de zoutvlakte de vuistregel: 'de voortstuwende kracht die de motoren via de wielen op de zoutvlakte kunnen uitoefenen, is maximaal $\frac{1}{3}$ van het gewicht van de auto.'

a Ga na of de vuistregel bij deze recordpoging geldt.

In figuur 3.90 staat het verloop van de motorkracht tegen de tijd weergegeven. Ook zie je het verloop van de luchtweerstandskracht F_{lucht} . De rolweerstand van de auto mag verwaarloosd worden. Het parcours op de zoutvlakte is voor de Buckeye Bullet te kort om zijn (theoretische) maximumsnelheid te bereiken. Op het tijdstip $t = 90$ s is de Buckeye Bullet immers nog steeds aan het versnellen. De formule voor luchtweerstandskracht kun je vereenvoudigen tot $F_{\text{lucht}} = k \cdot v^2$.



Figuur 3.91

- Toon aan met behulp van de figuren 3.90 en 3.91 dat de constante k gelijk is aan 0,10.
- Bepaal de (theoretische) maximale snelheid van de Buckeye Bullet. Tijdens het remmen wordt de bestuurder door zijn gordels tegengehouden. De bestuurder heeft een massa van 65 kg.
- Bepaal de maximale grootte van de kracht waarmee de gordels de bestuurder tegenhouden.
- Bepaal de remafstand van de Buckeye Bullet.